

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 11

1.º Período

07/12/2023

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. Admite que o número de horas de sol, S , em Penalva do Castelo, no dia de ordem x do ano de 2022 é dado por

$$S(x) = 12,1237 + 2,8720 \operatorname{sen}(0,0168x - 1,3255), \text{ para } x \in \{1, 2, \dots, 365\}$$

O argumento da função seno está em radianos.

- 1.1. No dia 1 de janeiro de 2022, em Penalva do Castelo, o sol nasceu às 7h 56min.

A que horas, aproximadamente, foi o pôr do sol?

(A) 17h 28min (B) 17h 17min (C) 9h 35min (D) 9h 21min

- 1.2. Houve um dia, em fevereiro, em que o número de horas de sol em Penalva do Castelo foi igual a 10,5.

Até chegar ao número máximo de horas diárias, passaram-se vários dias.

Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determina esse número de dias.

Na tua resposta:

- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que te permite(m) resolver o problema;
- determina as abcissas de eventuais pontos com arredondamento às milésimas;
- apresenta o valor pedido arredondado às unidades.

Adaptado do Exame Nacional de Matemática B, 1.ª fase de 2023

2. Considera a função g , de domínio $\mathbb{R} \setminus \left\{x \in \mathbb{R} : x = \frac{3\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}\right\}$, definida por $g(x) = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos), resolve as alíneas seguintes.

- 2.1. Resolve, no domínio de g , a equação $g(x) = 1$.

- 2.2. De um número real α tal que $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, sabe-se que $g\left(\alpha - \frac{7\pi}{4}\right) = \sqrt{8}$.

Determina $\cos \alpha$.

3. Seja f a função, de domínio $\left]-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right[$, definida por $f(x) = 4 \cos(3x) + 2$.

Sem usar a calculadora, determina os zeros de f .



4. Considera o triângulo retângulo $[ABC]$, inscrito na circunferência trigonométrica da figura.

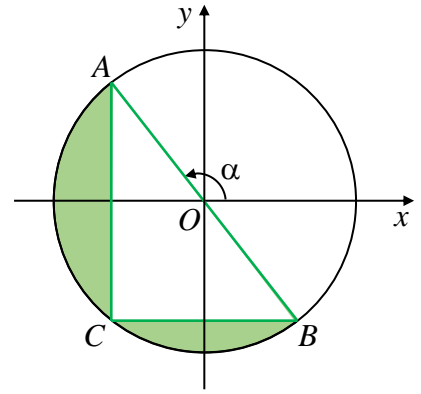
Sabe-se que:

- o ponto A pertence à circunferência e ao segundo quadrante;
- o segmento de reta $[AB]$ é um diâmetro da circunferência;
- o ponto C pertence à circunferência e ao terceiro quadrante e a reta BC é paralela ao eixo Ox .

Seja α a amplitude de um ângulo orientado cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}A$, com $\alpha \in \left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$.

Qual das expressões seguintes dá a área a sombreado, em função de α ?

- (A) $\pi + \frac{\text{sen} \alpha \cos \alpha}{2}$ (B) $\pi - \frac{\text{sen} \alpha \cos \alpha}{2}$
 (C) $\frac{\pi}{2} + 2 \text{sen} \alpha \cos \alpha$ (D) $\frac{\pi}{2} - 2 \text{sen} \alpha \cos \alpha$



5. Na figura ao lado, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o poliedro $[VNOPQRST]$, que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

Sabe-se que:

- a base da pirâmide coincide com a face superior do cubo e está contida no plano xOy ;
- o ponto P pertence ao eixo Ox ;
- o ponto U tem coordenadas $(4, -4, -4)$;
- a cota do ponto V é igual a 3.

5.1. Qual é o valor de $\overline{OP} \cdot \overline{PS}$?

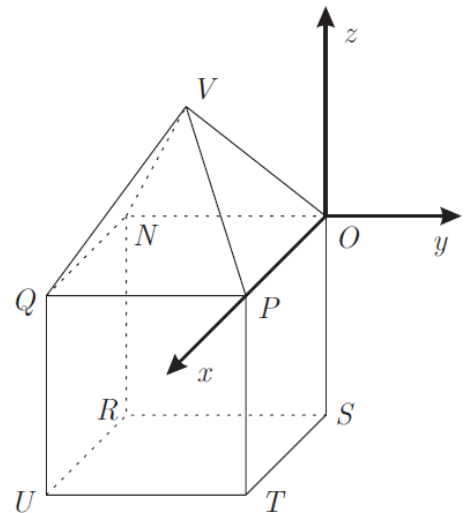
- (A) $8\sqrt{2}$ (B) $-8\sqrt{2}$
 (C) 16 (D) -16

5.2. Determina a amplitude do ângulo VQO .

Apresenta o resultado em graus, arredondado às décimas.

Se, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

5.3. Determina, na forma $ax + by + cz + d = 0$, uma equação do plano mediador do segmento $[VS]$.



Adaptado do 1.º Teste Intermédio de 2011

6. Considera, num referencial o.n. xOy , a reta r , definida pela equação $21x + 43y = 65$.

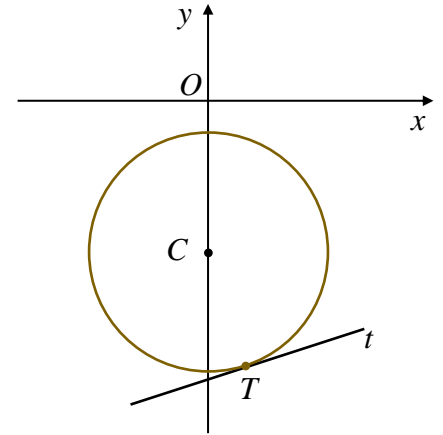
Seja α a inclinação de r .

Qual é, em graus e arredondada às unidades, o valor de α ?

- (A) -26° (B) 129° (C) 154° (D) 206°



7. Considera, no referencial o.n. xOy da figura:
- a circunferência de centro C , definida por $x^2 + (y + 4)^2 = 10$;
 - a reta t , tangente à circunferência no ponto $T(1, -7)$.



- 7.1. Seja θ um número real pertencente ao intervalo $]\pi, 2\pi[$.
 Sabe-se que o ponto $P(\sin \theta, \cos \theta)$ pertence à circunferência dada.
 Qual é o valor de θ , arredondado à décima do radiano?
- (A) 2,6 (B) 3,6
 (C) 4,4 (D) 5,8
- 7.2. Escreve a equação reduzida da reta t .

8. Num referencial o.n. xOy , são dadas as retas r e s , definidas, respetivamente, pelas equações seguintes.

$$r: 3x + py + 14 = 0 \quad (p \in \mathbb{R} \setminus \{0\}) \quad \text{e} \quad s: (x, y) = (1, 0) + k(8, 2), k \in \mathbb{R}$$

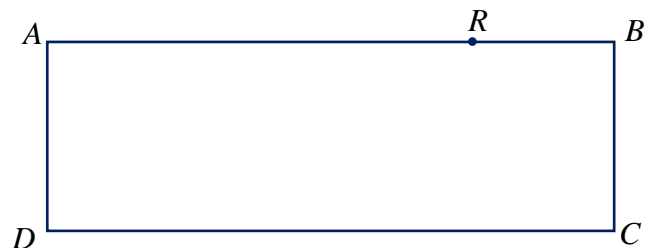
- 8.1. Sabendo que r e s são perpendiculares, determina p .
- 8.2. Supõe que $p = 1$.
 Sabe-se que a reta r é tangente a uma circunferência de centro $C(2, 0)$.
 Determina as coordenadas desse ponto de tangência.



9. Considera o retângulo $[ABCD]$ e o ponto R do segmento $[AB]$, tais que:

- $\overline{AB} = 4\overline{RB} = 3\overline{BC}$;
- $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{RC} = 39$.

Determina a área do retângulo $[ABCD]$.



FIM

COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.1.	5.2.	5.3.	6.	7.1.	7.2.	8.1.	8.2.	9.	200
8	16	16	16	16	8	8	16	16	8	8	16	16	16	16	

PASSATEMPO: conheces os teus colegas? No último teste, a média da turma foi 11,1. Se acertares na média deste teste, podes ganhar até 8 pontos: se a tua média estiver correta, ganhas 8 pontos, se falhares por 0,1, ganhas 6, se falhares por 0,2, ganhas 5, se falhares por 0,3 ou 0,4, ganhas 4, se falhares por 0,5 ou 0,6, ganhas 3, se falhares por 0,7 ou 0,8, ganhas 2 e se falhares por 0,9 ou 1, ganhas 1 ponto.

Indica a média da turma (com 1 c.d.) que pensas ser: