www.esffranco.edu.pt

Escola Secundária de Francisco Franco (2015/2016)

6.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 5

3.º Período 01/06/16 Duração: 90 minutos

Nome: N.º:

Classificação: O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

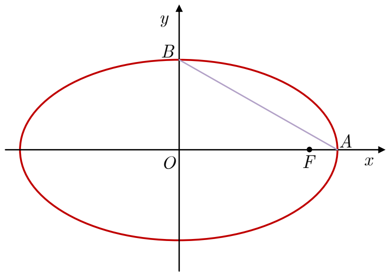
- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. No referencial o.n. xOy da figura está representada uma elipse centrada na origem. Sabe-se que:

- o ponto A é um vértice da elipse e pertence ao semieixo positivo Ox
- o ponto B é outro vértice da elipse e pertence ao semieixo positivo Oy
- o ponto F é um dos focos da elipse e tem coordenadas $(5,0)$
- $\overline{AB} = 7$

Qual das seguintes é a equação reduzida da elipse da figura?



(A) $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{37}=1$ **(B)** $\frac{x^2}{37}+\frac{y^2}{12}=1$ **(C)** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{49}=1$ **(D)** $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{25}=1$

2. Num plano munido de um referencial o.n. $(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$, considere os vetores $\vec{u}=\vec{e}_1-3\vec{e}_2$ e $\vec{v}=2\vec{e}_1+\vec{e}_2$

Quais são as coordenadas do vetor $\vec{u}-\vec{v}$?

(A) $(3,-2)$ **(B)** $(-2,3)$ **(C)** $(-1,-4)$ **(D)** $(-4,-1)$

3. Considere a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=\begin{cases} x^2+2 & \text{se } x \le 0 \\ x^3-1 & \text{se } x>0 \end{cases}$

Indique o valor de $f\left(5^{-\frac{1}{3}}\right)\times f(0)$

(A) $-\frac{8}{5}$ **(B)** $-\frac{1}{5}$ **(C)** $\sqrt[3]{25}+2$ **(D)** $-\sqrt[3]{25}-1$

4. São dados o número real $a<0$ e a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x)=\sqrt[3]{x-a}$

Quanto ao gráfico de g, pode-se concluir que:

(A) Tem a concavidade voltada para baixo em $]-\infty,0]$ e tem a concavidade voltada para cima em $[0,+\infty[$

(B) Tem a concavidade voltada para cima em $]-\infty,0]$ e tem a concavidade voltada para baixo em $[0,+\infty[$

(C) Tem a concavidade voltada para baixo em $]-\infty,a]$ e tem a concavidade voltada para cima em $[a,+\infty[$

(D) Tem a concavidade voltada para cima em $]-\infty,a]$ e tem a concavidade voltada para baixo em $[a,+\infty[$

5. Qual dos somatórios seguintes representa o número $k\times 2^8+k\times 3^8+k\times 4^8+k\times 5^8$?

(A) $\sum_{i=2}^{5}(ki)^8$ **(B)** $\sum_{i=1}^{5}(ki)^8$ **(C)** $k\sum_{i=2}^{5}i^8$ **(D)** $k\sum_{i=1}^{5}i^8$

Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

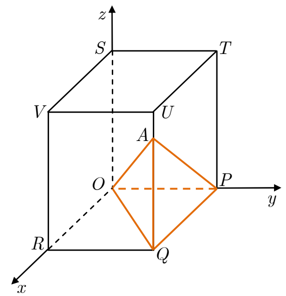
Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Sabendo que $\sum_{j=0}^{10}x_j=40$, determine, sem usar a calculadora, o valor de $\sum_{j=0}^{10}(6x_j+3)$

2. No referencial o.n. $Oxyz$ da figura, estão representados o prisma quadrangular $[OPQRSTUV]$ e a pirâmide triangular $[OPQA]$

Sabe-se que:

- a aresta $[OR]$ está contida no eixo Ox
- a aresta $[OP]$ está contida no eixo Oy
- a aresta $[OS]$ está contida no eixo Oz
- a ordenada do vértice U é 2



2.1. Suponha que o vértice U tem abcissa 4 e cota 3

Determine uma equação simplificada do plano mediador do segmento $[OU]$

2.2. Admita que o ponto A se desloca no segmento $[QU]$ nunca coincidindo com Q nem com U

Admita também que, para cada posição do ponto A, tem-se sempre $x+c=4$, sendo x e c a abcissa e a cota, respetivamente, do ponto A

Seja $V(x)$ o volume, em função de x $(x\in]0,4[)$, da pirâmide $[OPQA]$

2.2.1. Mostre que $V(x)=\frac{4}{3}x-\frac{x^2}{3}$

2.2.2. Sem usar a calculadora, determine o valor de x para o qual é máximo o volume da pirâmide $[OPQA]$

3. Considere as funções reais definidas por $f(x)=\sqrt{5x-4}$ e $g(x)=6-3x$, de domínios $\left[\frac{4}{5},+\infty\right[$ e $\mathbb{R}$, respetivamente.

3.1. Caraterize as seguintes funções:

3.1.1. $f \circ g$

3.1.2. $\frac{f}{g}$

3.2. Justifique a existência da função f^{-1} e caraterize-a.

3.3. Usando métodos analíticos, determine o conjunto solução da condição $f(x)-\frac{x+4}{2}=0$

3.4. No intervalo $[1,3]$, o gráfico da função g^4 e a reta de equação $y=10$ intersetam-se em dois pontos, A e B

Sejam C o ponto com a mesma abcissa de A e D o ponto com a mesma abcissa de B, ambos do eixo Ox

Recorrendo à calculadora gráfica, determine a área do retângulo $[ABCD]$

Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, o gráfico da função ou o gráficos das funções que visualizar na calculadora, devidamente identificado(s);
- esboce o retângulo $[ABCD]$
- apresente as abcissas de A e B arredondadas às centésimas;
- determine a área do retângulo $[ABCD]$ arredondada às décimas.

4. Resolva, usando processos analíticos, o item **4.1.** ou o item **4.2.**.

4.1. Considere a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=\left|x^2+2x-5\right|-5$

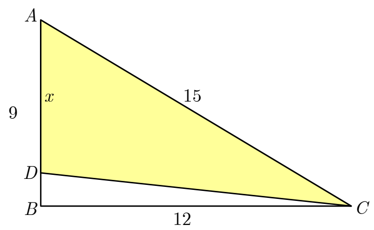
Determine os valores de x para os quais f é negativa ou nula.

4.2. Na figura está representado o triângulo $[ABC]$, retângulo em B

Sabe-se que:

- $\overline{AB}=9$
- $\overline{AC}=15$
- $\overline{BC}=12$

Considere um ponto D que se desloca ao longo do cateto $[AB]$, nunca coincidindo com o vértice B



Sejam $x=\overline{AD}$ e $P(x)$ o perímetro do triângulo $[ADC]$, $x \in [0,9[$

Determine os valores de x de modo que o perímetro do triângulo $[ADC]$ seja superior ou igual a 34

Comece por mostrar que $P(x)=x+15+\sqrt{x^2-18x+225}$

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0

Grupo II (150 pontos)	**1.**..................**15**	**2.**..................**40** **2.1.**....15 **2.2.1.**.15 **2.2.2.**.10	**3.**..................**80** **3.1.1.**.15 **3.1.2.**.15 **3.2.**....15 **3.3.**....20 **3.4.**....15	**4.**..................**15**

O professor: Roberto Oliveira