

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

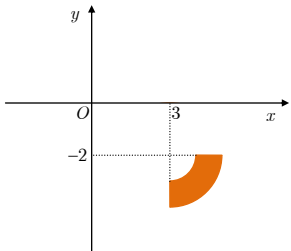
- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

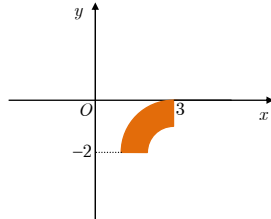
1. Considere a condição $1 \leq (x - 3)^2 + (y + 2)^2 \leq 9 \wedge x \leq 3 \wedge y \geq -2$

Em qual das opções seguintes está representado, num plano munido de um referencial o.n. xOy , o conjunto de pontos definido por essa condição?

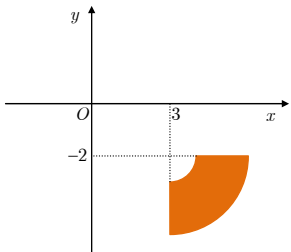
(A)



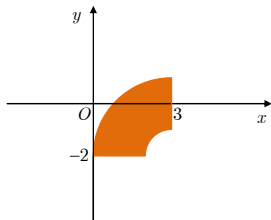
(B)



(C)



(D)



2. Dado um referencial cartesiano no espaço, sabe-se que os vetores $\vec{u}(k + 5, 2, t)$ e $\vec{v}(0, 3, 4)$ são colineares.

Indique os valores, respetivamente, de k e t

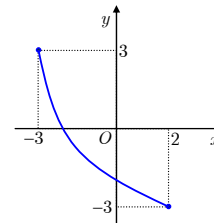
- (A) 5 e $\frac{8}{3}$ (B) 5 e $\frac{10}{3}$ (C) -5 e $\frac{8}{3}$ (D) -5 e $\frac{10}{3}$

3. De uma função f , sabe-se que:

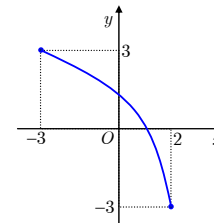
- $D_f = [-3, 3]$
- f é bijetiva;
- f é crescente;
- 2 é um zero de f

Em qual das figuras abaixo pode estar a representação gráfica da função f^{-1} , função inversa de f ?

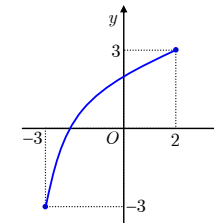
(A)



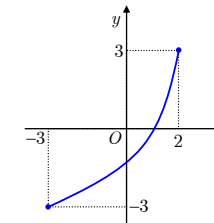
(B)



(C)



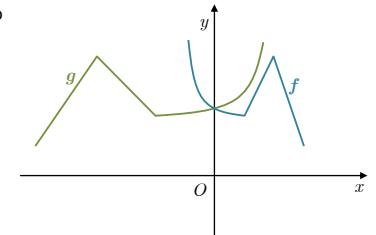
(D)



4. Considere as funções f e g representadas graficamente no referencial o.n. xOy do lado.

É possível concluir que:

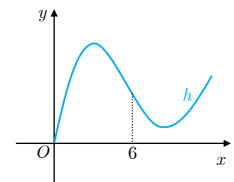
- (A) $g(x) = -\frac{1}{2}f(x)$ (B) $g(x) = f(-\frac{1}{2}x)$
 (C) $g(x) = -2f(x)$ (D) $g(x) = f(-2x)$



5. Considere a função h , de domínio \mathbb{R} , parcialmente representada no referencial o.n. xOy do lado.

Sabendo que h é uma função ímpar qual pode ser o valor de $h(-6)$?

- (A) 4 (B) -4
 (C) 0 (D) 6



Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere, fixado um referencial o.n. do espaço:

- a reta r de equação vetorial $P = A + k\vec{u}$, $k \in \mathbb{R}$, com $A(-2,5,1)$ e $\vec{u}(2,8,0)$
- a superfície esférica S de equação $x^2 + (y-3)^2 + (z+5)^2 = 40$

1.1. Escreva as equações paramétricas da reta AC , sendo C o centro da superfície esférica S

1.2. Determine as coordenadas do ponto B pertencente à reta r e ao plano xOz

2. Considere ao lado o gráfico da função f , de domínio $[-3,6]$, representado em referencial o.n. xOy

2.1. Indique:

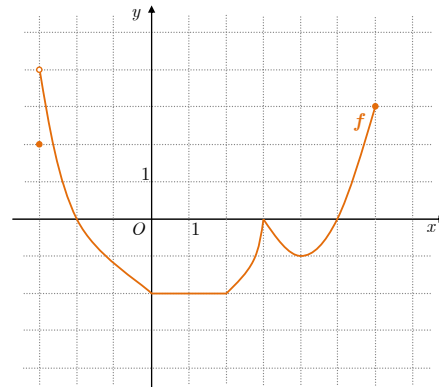
- 2.1.1. o maior intervalo de números reais onde f é decrescente em sentido lato;
- 2.1.2. o maior intervalo de números reais onde f seja, simultaneamente, positiva e crescente;
- 2.1.3. o conjuntos dos majorantes de f

2.2. Indique, se existirem, os mínimos relativos de f e os respetivos minimizantes.

2.3. Dada a função definida por $g(x) = 2 - x$, também de domínio $[-3,6]$:

2.3.1. Calcule $(g \circ f)(6)$

2.3.2. Determine o(s) valor(es) de x de modo que $(f \circ g)(x) = 0$



3. Considere as funções quadráticas definidas por $f(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + 3$ e $g(x) = 4 - 2x^2$

Sabe-se que $f(x) \leq g(x)$ num certo intervalo $[a, b]$

Recorrendo à calculadora gráfica, determine os valores de a e b

Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizar na calculadora e que lhe permite(m) resolver a equação, devidamente identificado(s) (sugere-se a utilização da janela de visualização em que $x \in [-3, 3]$ e $y \in [-5, 10]$);
- apresente os valores de a e b arredondados às centésimas.

4. Um drone foi lançado de um prédio e, nos primeiros 15 segundos, a sua altura em relação ao solo foi dada, em metros, pela função definida por

$$h(t) = \frac{t^2}{4} - 2t + 12, \text{ com } t \text{ em segundos.}$$

Resolva os itens seguintes usando exclusivamente processos analíticos.

Nota: a calculadora pode ser usada em cálculos numéricos.

4.1. Calcule, em metros, a altura atingida pelo drone no final da contagem.

4.2. Determine, em metros, a altura mínima atingida pelo drone.



5. Resolva, usando processos analíticos, o item 5.1. ou o item 5.2.

5.1. Considere a função definida em \mathbb{R} por $f(x) = (2k - 5k^2)x^2 + 4x - 8$

Determine os valores de k de modo que o gráfico de f tenha a concavidade voltada para baixo.

5.2. Considere a função definida em \mathbb{R} por $g(x) = ax^3 - 2$, com $a < 0$

Prove que g é decrescente em \mathbb{R}

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
-------------------------------	-------------------------	---

Grupo II (150 pontos)	1.....29	2.....58	3.....17	4.....29	5.....17
	1.1.....12 1.7.....17	2.1.....17 2.2.....12 2.3.1.....12 2.3.2.....17		4.1.....12 4.2.....17	