

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Num plano munido de um referencial o.n. xOy , considere:

- a circunferência T de equação $x^2 + y^2 = 4$
- as retas a , b e c de equações, respetivamente, $x = -2$, $x = 1$ e $y = 3$
- o conjunto $P = \{a, b, c\}$

Qual das seguintes é uma proposição verdadeira?

- (A) $\forall r \in P, r \cap T \neq \emptyset$ (B) $\forall r \in P, r \cap T = \emptyset$
 (C) $\exists r \in P : r \cap T \neq \emptyset$ (D) $\exists! r \in P : r \cap T \neq \emptyset$

2. De um certo cone de raio da base e altura r , sabe-se que o seu volume é igual a 12π metros cúbicos.

Qual é, em metros, o valor de r ?

- (A) $6^{\frac{2}{3}}$ (B) $6^{\frac{3}{2}}$ (C) $12^{\frac{2}{3}}$ (D) $12^{\frac{3}{2}}$

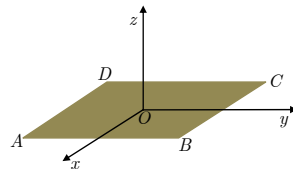
3. No referencial o.n. $Oxyz$ da figura do lado está a face $[ABCD]$ do cubo $[ABCDEFGH]$

Sabe-se que:

- as coordenadas dos vértices A e B são, respetivamente, $(3, -3, 0)$ e $(3, 3, 0)$
- A é a projeção ortogonal do vértice E no plano xOy
- B é a projeção ortogonal do vértice F no plano xOy

Qual dos lugares geométricos seguintes é definido pela condição $x = 3 \wedge z = 6 \wedge -3 \leq y \leq 3$?

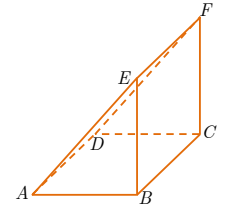
- (A) A aresta $[AF]$ (B) A aresta $[EF]$ (C) A reta EF (D) O plano ABF



4. Considere o prisma triangular reto de bases $[ABE]$ e $[DCF]$ na figura ao lado.

Qual é a proposição verdadeira?

- (A) $\overline{AE} = \overline{BC}$ (B) $\overline{AC} = \overline{BD}$
 (C) $\overline{AB} - \overline{EF} = \overline{DB}$ (D) $\overline{EF} + \overline{EB} = -\overline{EC}$



5. Considere, fixado um referencial cartesiano no espaço, os vetores na base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ definidos por

$\vec{u} = -\vec{e}_1 - \frac{5}{2}\vec{e}_2 - \frac{1}{2}\vec{e}_3$, $\vec{v} = -2\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 - \vec{e}_3$, $\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{5}{4}\vec{e}_2 + \frac{1}{4}\vec{e}_3$ e $\vec{t} = -4\vec{e}_1 + 10\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$

Qual dos vetores dados não tem a direção da reta r definida por $x = 2\lambda \wedge y = -5\lambda \wedge z = \lambda, \lambda \in \mathbb{R}$?

- (A) \vec{u} (B) \vec{v} (C) \vec{w} (D) \vec{t}

Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere, no referencial o.n. xOy da figura, o triângulo $[OPC]$ e a circunferência de equação

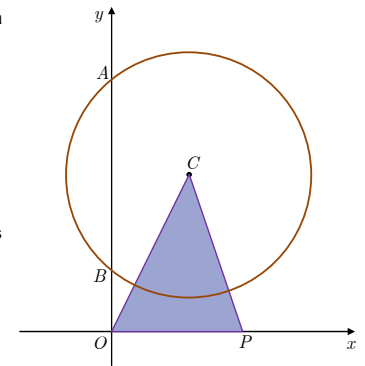
$(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 10$

Sabe-se que:

- a circunferência interseca o eixo Oy nos pontos A e B
- o ponto C é o centro da circunferência;
- o ponto P pertence ao eixo das abscissas e tem abscissa positiva;
- a reta CP está definida pelo seguinte sistema de equações paramétricas:

$\begin{cases} x=2+k \\ y=4-3k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$

- 1.1. Indique dois vetores diretores da reta CP , ambos com sentidos diferentes.
 1.2. Escreva a equação reduzida da reta r , paralela à reta CP e que passa no ponto $D(1, -9)$
 1.3. Determine, sem usar a calculadora, as coordenadas dos pontos A e B
 1.4. Calcule a área do triângulo $[OPC]$

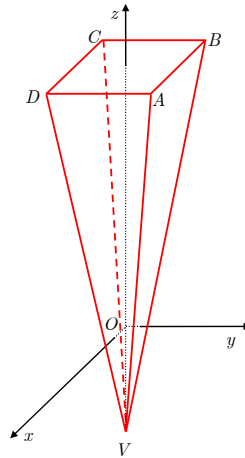


2. Considere, no referencial o.n. $Oxyz$ da figura, a pirâmide quadrangular regular invertida $[ABCDV]$

Sabe-se que:

- a base $[ABCD]$ da pirâmide está contida no plano de equação $z = 5$ e o centro dessa base pertence ao eixo Oz
- a área da base da pirâmide é igual a 16 unidades quadradas de medida;
- o ponto V tem coordenadas $(0,0,-2)$

Considere o vetor $\vec{u}(-3,1,2)$



2.1. Determine:

2.1.1. As coordenadas do vetor $\overrightarrow{BD} + 3\vec{u}$

2.1.2. $\|\overrightarrow{CV}\|$

2.2. Escreva uma equação vetorial da reta AV

2.3. Escreva uma condição para o conjunto dos pontos do espaço cuja distância ao ponto $B - \frac{2}{3}\vec{u}$ é menor ou igual a AC

2.4. Determine as coordenadas do vetor, de norma $\sqrt{42}$, com a mesma direção e sentido de \vec{u}

3. Resolva, usando processos analíticos, o item 3.1. ou o item 3.2.

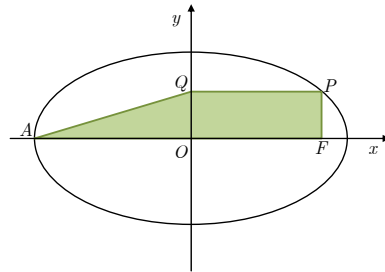
3.1. No referencial o.n. xOy da figura estão representados o trapézio $[AFPQ]$ e a elipse definida pela equação

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{11} = 1$$

Sabe-se que:

- o ponto A é um dos vértices da elipse e tem abscissa negativa;
- o ponto F é um dos focos da elipse e tem abscissa positiva;
- o ponto P pertence à elipse e tem a mesma abscissa que F
- o ponto Q pertence ao semieixo positivo Oy e tem a mesma ordenada que P

Determine a área do trapézio $[AFPQ]$



3.2. Considere, fixado um referencial cartesiano do espaço, a superfície esférica de equação

$$(x + 4)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 8$$

Determine para que valores reais de k o plano de equação $z = k$ tem interseção não vazia com a superfície esférica dada.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
Grupo II (150 pontos)	1.....55	2.....80
	1.1.....5	2.1.1.....15
	1.2.....15	2.1.2.....15
	1.3.....20	2.2.....15
	1.4.....15	2.3.....20
	2.4.....15	3.....15