Escola Secundária de Francisco Franco (2015/2016)
www.esffranco.edu.pt

3.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 5

2.º Período | 29/01/16 | Duração: 90 minutos

Nome: N.º:

Classificação: O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Para um certo valor de k, sabe-se que o resto da divisão do polinómio $P(x) = x^4 + 3x^2 - kx$ pelo polinómio $x-1$ é igual a -2

Qual é o valor de k?

(A) 3 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6

2. Seja $\frac{x^2}{\sqrt[3]{10}} + \frac{y^2}{\sqrt[5]{10}} = 1$ a equação de uma elipse num plano munido de um referencial o.n. xOy

Qual é o valor do semieixo maior da elipse?

(A) $\sqrt[5]{10}$ **(B)** $\sqrt[10]{10}$ **(C)** $\sqrt[3]{10}$ **(D)** $\sqrt[6]{10}$

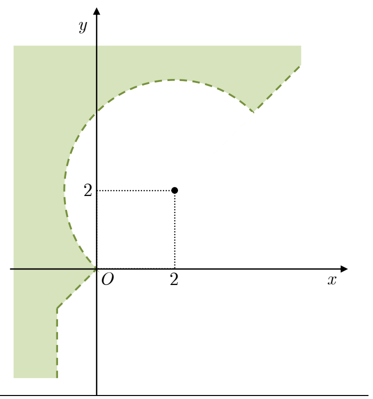
3. Considere a figura ao lado num referencial o.n. xOy
Das condições a seguir representadas, qual pode definir a zona colorida?

(A) $x < -1 \ \vee \ y > x \vee (x-2)^2 + (y-2)^2 > 8$

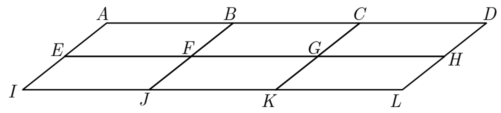
(B) $x < -1 \ \vee \ \sim\left[y \leq x \vee (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 8\right]$

(C) $x < -1 \ \vee \ \sim\left[y \leq x \vee (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 4\right]$

(D) $x < -1 \ \vee \ y > x \vee (x-2)^2 + (y-2)^2 > 4$



4. Na figura estão representados seis paralelogramos iguais.



Considere as seguintes proposições:

p: O segmento orientado $[B, D]$ representa o vetor $\overrightarrow{EG}$

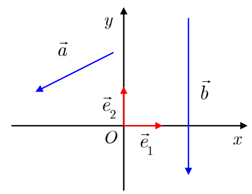
q: $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AK}$

r: $\overrightarrow{FC} - \overrightarrow{KI} = \overrightarrow{IH}$

São verdadeiras as proposições:

(A) p e q **(B)** p e r **(C)** q e r **(D)** p, q e r

5. Considere os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ representados no referencial o.n. xOy da figura, com os vetores da base canónica $\vec{e}_1$ e $\vec{e}_2$



Qual dos vetores seguintes pode ser igual a $\vec{a} - \vec{b}$?

(A) $2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$ **(B)** $5\vec{e}_1 - \vec{e}_2$

(C) $-2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ **(D)** $-5\vec{e}_1 + \vec{e}_2$

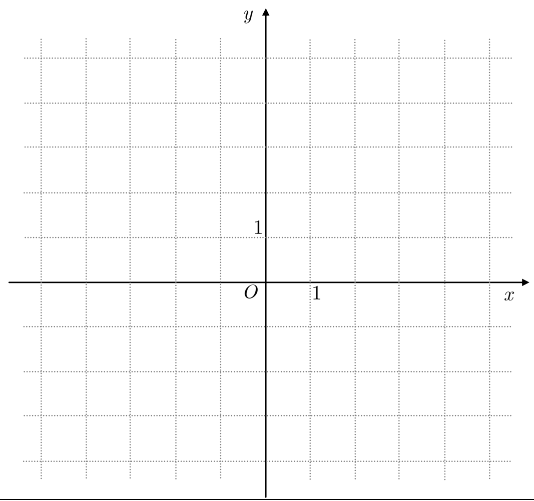
Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

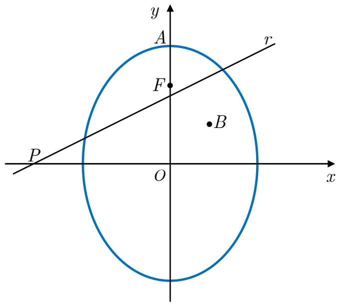
Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Represente, no referencial o.n. xOy em baixo, o conjunto definido pela seguinte condição:

$$y \geq 2 - 2x \wedge (x-1)^2 + y^2 \leq 4 \wedge y \geq 0$$



2. No referencial o.n. xOy da figura estão representados uma elipse centrada na origem, uma reta r e os pontos A, B, F e P



Sabe-se que:

- a reta r é a mediatriz do segmento de reta $[AB]$
- o ponto A é um dos vértices da elipse e tem coordenadas $(0,3)$
- o ponto B tem coordenadas $(1,1)$
- o ponto F é um dos focos da elipse e tem coordenadas $(0,2)$
- o ponto P pertence ao eixo das abcissas e à reta r

2.1. Determine a equação reduzida da elipse.

2.2. Calcule a abcissa do ponto P

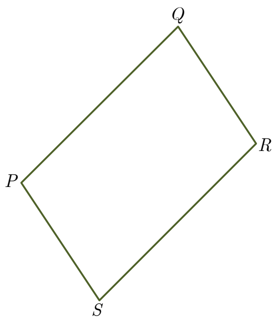
2.3. Considere o conjunto de pontos do plano cuja medida da distância ao ponto F é o dobro da medida da distância ao ponto $G(-3,2)$

2.3.1. Mostre que esse conjunto de pontos é a circunferência definida por

$$3x^2 + 3y^2 + 24x - 12y + 48 = 0$$

2.3.2. Determine as coordenadas do centro dessa circunferência e o seu raio.

3. Considere, fixado um plano munido de um referencial cartesiano, o paralelogramo $[PQRS]$ da figura e o vetor $\vec{u}(2,-5)$



Sabe-se que:

- o ponto P tem coordenadas $(-4,2)$
- o ponto Q tem coordenadas $(0,6)$
- o ponto R tem coordenadas $(2,3)$

Determine:

3.1. As coordenadas do ponto S

3.2. A norma do vetor $4\vec{u} - \overrightarrow{PR}$

3.3. O número real k de modo que os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}\left(\frac{5}{3}, k\right)$ sejam colineares.

4. Admita que, numa reserva selvagem, o número de animais é aproximadamente dado, x horas após as 6 horas da manhã, em milhares, pelo polinómio $A(x) = -3x^3 + 21x^2 - 30x + 15$ (com $x \in [0,5]$)

Sem recorrer à calculadora (exceto para cálculos numéricos), indique entre que horas, após as 6 da manhã, o número de animais na reserva foi superior a $15\,000$

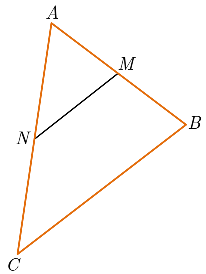
5. Resolva, sem usar a calculadora, o item **5.1.** ou o item **5.2.**.

5.1. Num plano munido de um referencial cartesiano, considere a circunferência de equação $(x-3)^2 + y^2 = 8$

Considere ainda o ponto A pertencente à circunferência e de abcissa $\frac{4}{3+\sqrt{5}}$

Sabendo que A está no quarto quadrante, determine a sua ordenada.

5.2. Considere o triângulo $[ABC]$ da figura.



Sabendo que M e N são os pontos médios, respetivamente, dos segmentos $[AB]$ e $[AC]$, mostre que $\overrightarrow{BC} = 2\,\overrightarrow{MN}$:

5.2.1. Usando o teorema de Tales;

5.2.2. Usando o cálculo vetorial.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: 10	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0

Grupo II (150 pontos)	1................20	2................60 2.1.....15 2.2.....15 2.3.1..15 2.3.2..15	3................35 3.1.....10 3.2.....15 3.3.....10	4................20	5................15

O professor: Roberto Oliveira