



Escola Secundária de Francisco Franco (2015/2016)

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 5

1.º Período

11/12/15

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. De duas proposições p e q , sabe-se que $\sim(p \vee \sim q)$ é verdadeira.

Pode-se assim concluir que:

- (A) $p \Leftrightarrow F$ e $q \Leftrightarrow F$ (B) $p \Leftrightarrow V$ e $q \Leftrightarrow F$
 (C) $p \Leftrightarrow F$ e $q \Leftrightarrow V$ (D) $p \Leftrightarrow V$ e $q \Leftrightarrow V$

2. Considere a proposição $a : \exists x \in \mathbb{R} : \sqrt[6]{x^6} = -x$

Qual das seguintes proposições traduz a negação de a ?

- (A) $\exists x \in \mathbb{R} : \sqrt[6]{x^6} \neq -x$ (B) $\forall x \in \mathbb{R}, \sqrt[6]{x^6} \neq -x$
 (C) $\exists x \in \mathbb{R} : \sqrt[6]{x^6} = x$ (D) $\forall x \in \mathbb{R}, \sqrt[6]{x^6} = x$

3. Dadas as proposições p e q , chama-se **Disjunção Exclusiva** entre p e q e representa-se por $p \dot{\vee} q$ a uma proposição que é verdadeira se e somente se p e q tiverem valores lógicos distintos.

Em qual das alternativas seguintes $p \dot{\vee} q$ é uma proposição verdadeira?

- (A) p : «Se $A =]-\infty, 3[$, $A \cap \mathbb{N} = \{1, 2, 3\}$ » (B) p : «O grau do polinómio $3x^6 - 2x^4 - 2 - 3x^6$ é 4»
 q : «Se $A =]-\infty, 3[$, $A \cup \mathbb{N} = \mathbb{R}$ » q : « $2^{\frac{4}{3}}$ é uma raiz do polinómio $x^3 - 16$ »
 (C) p : Dado $a > 0$, $\sqrt[10]{a^2} = a^{\frac{1}{5}}$ (D) p : « $x^5 + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{-2}$ »
 q : Dado $a > 0$, $\frac{1}{\sqrt[6]{a}} = \frac{\sqrt[6]{a^5}}{a}$ q : « $x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3$ »

4. Considere os polinómios $a(x) = x^5 - 5x^3$ e $b(x) = 3x^4 + 9x^3$

Em qual das alternativas seguintes está corretamente apresentada a divisão inteira de $a(x)$ por $b(x)$?

- (A)
$$\begin{array}{r} x^5 - 5x^3 \quad | \quad 3x^4 + 9x^3 \\ \underline{-3x^4 - 5x^3} \\ +3x^4 + 9x^3 \\ \underline{4x^3} \\ \end{array}$$
- (B)
$$\begin{array}{r} x^5 - 5x^3 \quad | \quad 3x^4 + 9x^3 \\ \underline{-3x^4 - 5x^3} \\ +3x^4 + 9x^3 \\ \underline{-2x^3} \\ \end{array}$$
- (C)
$$\begin{array}{r} x^5 - 5x^3 \quad | \quad 3x^4 + 9x^3 \\ \underline{-x^5 - 9x^4} \\ -9x^4 - 5x^3 \\ \underline{+9x^4 + 27x^3} \\ 22x^3 \end{array}$$
- (D)
$$\begin{array}{r} x^5 - 5x^3 \quad | \quad 3x^4 + 9x^3 \\ \underline{-x^5 - 9x^4} \\ -9x^4 - 5x^3 \\ \underline{+9x^4 + 9x^3} \\ 4x^3 \end{array}$$

5. Num plano munido de um referencial o.n. xOy , considere os pontos $A(5, 3\sqrt{2})$ e $B(-5, 9\sqrt{2})$

Quais são as coordenadas do ponto médio do segmento $[AB]$?

- (A) $(0, -6\sqrt{2})$ (B) $(0, 6\sqrt{2})$ (C) $(5, -3\sqrt{2})$ (D) $(-5, 3\sqrt{2})$

Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

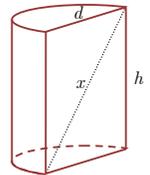
Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. “A sala propriamente dita tinha um teto alto, semicilíndrico.”

AMANHÃ SERÁ OUTRO DIA, Lee Child

Considere o semicilindro da figura ao lado. Sabe-se que:

- A altura h do semicilindro é igual a $\sqrt[4]{72}$ dm
- A diagonal x da zona retangular do semicilindro é igual a $\sqrt[4]{72}$ dm



1.1. Escreva na forma de potência de base 2 o número $\sqrt[6]{2h}$.

1.2. Sem usar a calculadora, mostre que o volume do semicilindro é igual a $\frac{5\pi\sqrt[4]{8}}{8}$ decímetros cúbicos.

Sugestão: Comece por mostrar que o diâmetro da base d é igual a $\sqrt[4]{50}$ dm

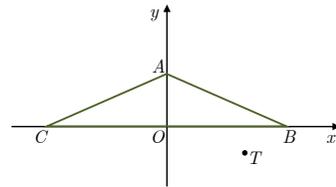
2. “(...) ataquei-os com força igual àquela com que iam cair sobre mim. Encontrámo-nos num ponto singular semelhante a um triângulo a desfazer-se e os meus cotovelos atingiram ambos em cheio no rosto. À minha direita, senti que os dentes de cima do baixote saltavam e, à minha esquerda, que o maxilar inferior de Leonid cedia. Impacto igual a massa vezes velocidade ao quadrado.(...) Entretanto, eu ia deslizando para o outro lado dentro das miseráveis socas, cravando o cotovelo fundo na barriga de Leonid. O mesmo local onde o atingira em Penn Station, mas com o décuplo da intensidade.”

AMANHÃ SERÁ OUTRO DIA, Lee Child

Na figura ao lado estão representados, num plano munido de um referencial o.n. xOy , o triângulo isósceles $[ABC]$ e um ponto T

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao eixo Oy e tem ordenada positiva;
- o segmento $[BC]$ pertence ao eixo Ox
- a abcissa de B é $6 - \sqrt{2}$
- o ponto T tem coordenadas $(3,-1)$



- 2.1. Admita que a área do triângulo $[ABC]$ é igual a 10 unidades quadradas. Sem recorrer à calculadora (exceto para cálculos numéricos), determine, com denominador racional, a ordenada de A

- 2.2. Suponha agora que a ordenada de A é 2

Escreva a equação reduzida da mediatriz do segmento $[AT]$

3. Considere o polinómio $P(x) = 6x^4 + 27x^3 + 3x^2 - 63x + 27$

Resolva os itens seguintes sem recorrer à calculadora (exceto para cálculos numéricos).

- 3.1. Mostre que -3 é uma raiz de $P(x)$, indique o seu grau de multiplicidade e fatorize o polinómio em dois do segundo grau.

- 3.2. Defina, sob a forma de intervalo ou união de intervalos, o conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} : P(x) \geq 0\}$

Nota: se não fez a alínea 3.1., considere $P(x) = (x - 6)^2(2x^2 - 5x - 3)$

4. Suponha que, x meses após o início de 2014, os lucros de uma empresa que fabrica sapatos foram dados, em milhares de euros, pelo polinómio $L(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 25$



Resolva os itens seguintes sem recorrer à calculadora (exceto para cálculos numéricos).

- 4.1. Segundo este modelo, qual foi o lucro da empresa exatamente a meio de abril de 2014?

Apresente o resultado em milhares de euros.

- 4.2. Determine o número inteiro a tal que $L(x)$ é divisível por $x - a$

Interprete o resultado no contexto do problema.

5. Resolva, sem usar a calculadora, o item 5.1. ou o item 5.2.

- 5.1. Escreva o número $\sqrt{39 + 12\sqrt{3}}$ na forma $a + \sqrt{b}$, com $a, b \in \mathbb{N}$

- 5.2. Considere o polinómio $A(x) = 3x^2 + kx + 5$, com $k \in \mathbb{R}$ e tal que $A(x) = (6x + 2) \times Q(x)$

Determine $Q(x)$

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (50 pontos)	Cada resposta certa: 10		Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0		
Grupo II (150 pontos)	1.....35 1.1.....12 1.2.....23	2.....34 2.1.....17 2.2.....17	3.....40 3.1.....17 3.2.....23	4.....24 4.1.....12 4.2.....12	5.....17