

---

**Teste de Matemática A**

---

2015 / 2016

---

Teste N.º 2  
**Matemática A**

---

Duração do Teste: 90 minutos

---

**10.º Ano de Escolaridade**

---

Nome do aluno: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

---



## Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais **só uma** está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que selecionar para responder a esse item.
- Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos, nem justificações.**

1. Considere a proposição  $p \Rightarrow [(\sim q \Rightarrow p) \wedge (q \vee \sim p)]$ . Quais os valores lógicos das proposições  $p$  e  $q$  que tornam falsa a proposição dada?  
(A)  $p$  é verdadeira e  $q$  é falsa.  
(B)  $p$  é falsa e  $q$  é verdadeira.  
(C)  $p$  é verdadeira e  $q$  é verdadeira.  
(D)  $p$  é falsa e  $q$  é falsa.
2. Considere a proposição  $\forall x \in \mathbb{R}, x > 3 \Rightarrow x^2 > 9$ . Qual das seguintes proposições é o contrarrecíproco da proposição anterior?  
(A)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 9 \Rightarrow x \leq 3$   
(B)  $\forall x \in \mathbb{R}, x \leq 3 \vee x^2 > 9$   
(C)  $\forall x \in \mathbb{R}, x > 3 \wedge x^2 \geq 9$   
(D)  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 9 \Rightarrow x < 3$
3. Sejam  $A = ]-2, 3[$  e  $B = ]-\infty, 2]$  dois conjuntos no universo dos números reais. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?  
(A)  $\overline{A \cap B} = ]-2, 2]$   
(B)  $\overline{A \cup B} = [3, +\infty[$   
(C)  $A \setminus B = ]-\infty, -2]$   
(D)  $\overline{A} \cap B = ]2, 3[$

4. Considere a expressão  $\frac{(ab^3)^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{b^3\sqrt{a}}}$ , com  $a, b \in \mathbb{R}^+$ . Qual das seguintes expressões representa uma simplificação da expressão dada?

- (A)  $\sqrt[6]{ab^3}$
- (B)  $\sqrt[6]{a^2b}$
- (C)  $\sqrt[3]{ab}$
- (D)  $\sqrt[3]{a}\sqrt{b}$

5. Considere o polinómio:

$$P(x) = x^4 - 2x^3 + 2x - 1$$

Qual é a multiplicidade da raiz 1?

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

### Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efetuar e **todas as justificações** necessárias.

**Atenção:** Quando para um resultado não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**.

1. Considere duas proposições  $p$  e  $q$ . Recorrendo às propriedades das operações entre proposições, mostre que a proposição  $(p \wedge \sim q) \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$  é uma tautologia (proposição composta que é verdadeira quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições elementares que a formam).
2. Considere, em  $\mathbb{N}$ , as condições:

$q(x)$ : "x é um número primo ímpar."

$r(x)$ : "x é um divisor de 12."

$s(x)$ :  $x + 3 > 2x$

**2.1.** Classifique a condição  $q(x) \wedge s(x)$ .

**2.2.** Sendo  $R = \{x: r(x)\}$  e  $S = \{x: s(x)\}$ , defina em extensão o conjunto  $R \setminus S$ .

**2.3.** Indique o valor lógico da proposição  $\forall x, r(x) \Rightarrow s(x)$ .

**2.4.** Escreva em linguagem corrente a negação da proposição  $\forall x \in \mathbb{N}, r(x) \Rightarrow q(x)$ .

**3.** Considere o triângulo  $[ABC]$ , retângulo em  $C$ , tal que  $\overline{CA} = 3 + \sqrt{27}$  e  $\overline{CB} = 3 - \frac{1}{\sqrt{3}}$ .  
Determine a área do triângulo  $[ABC]$ , apresentando o resultado na forma  $a + b\sqrt{c}$ , com  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

**4.** Resolva a seguinte equação, apresentando a resposta com denominador racional.

$$x\sqrt{8} - 4 = x\sqrt{3} - 2$$

**5.** Mostre que, quaisquer que sejam os valores de  $a$  e  $b$ ,  $a, b \in \mathbb{R}^+$ , se tem:

$$\left(a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}\right)^2 \times \left(\sqrt[6]{a}\sqrt[3]{b}\right)^4 \times (ab)^{-2} = \sqrt[3]{\frac{b}{a^2}}$$

**6.** Considere o polinômio  $P(x) = 3x^3 - 2x^2 + ax + b$ , onde  $a, b \in \mathbb{R}$ .

**6.1.** Sejam  $a = 1$  e  $b = 2$ . Determine o quociente e o resto da divisão de  $P(x)$  por  $x^2 + 1$ .

**6.2.** Suponha agora que  $a = -1$  e  $b = 0$ . Determine o conjunto-solução da condição  $P(x) > 0$ .

**6.3.** Sabendo que o resto da divisão de  $P(x)$  por  $x + 1$  é  $-10$  e que  $P(x)$  é divisível por  $x - 1$ , determine os valores de  $a$  e  $b$ .

– FIM –

## COTAÇÕES

<b>Grupo I</b> .....	<b>50</b>
Cada resposta certa .....	10
Cada resposta errada.....	0
Cada questão não respondida ou anulada.....	0
<b>Grupo II</b> .....	<b>150</b>
1. ....	15
2. ....	30
2.1. ....	5
2.2. ....	10
2.3. ....	5
2.4. ....	10
3. ....	20
4. ....	20
5. ....	15
6. ....	50
6.1. ....	15
6.2. ....	20
6.3. ....	15
<b>TOTAL</b> .....	<b>200</b>

