

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 11

1.º Período

02/11/2023

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

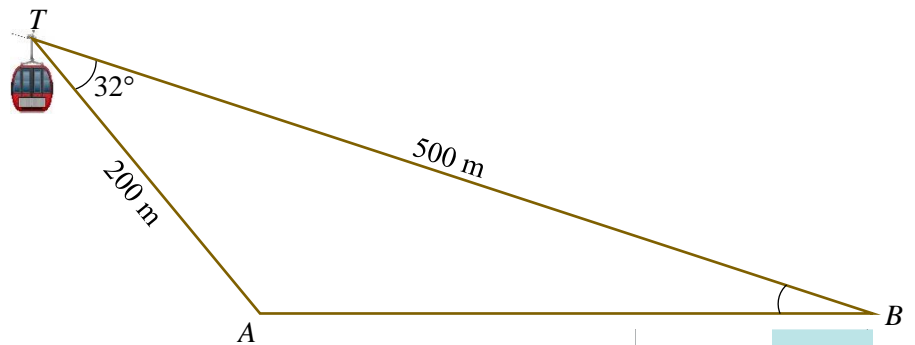
| | | |
|--|--|--|
| | | |
|--|--|--|

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. Na figura ao lado, um teleférico (representado pelo ponto T) percorre uma distância de 500 m (segmento $[TB]$).



Sabe-se que existe um outro caminho de apoio que vai dar ao teleférico (segmento $[TA]$), com 200 m de comprimento.

Tal como a figura sugere, a amplitude do ângulo ATB é igual a 32° .

Determina a amplitude do ângulo ABT .

Apresenta o resultado em graus, arredondado às décimas.

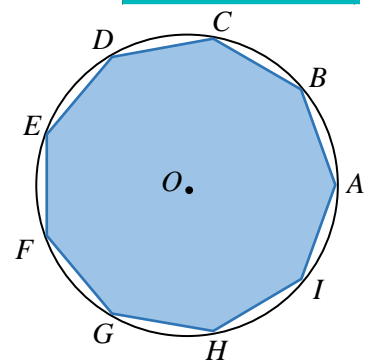
Se usares cálculos intermédios, conserva, pelo menos, três casas decimais.



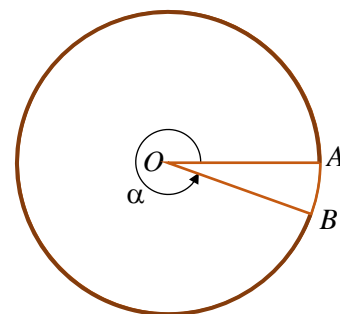
2. Considera, na figura ao lado, o eneágono regular $[ABCDEFGHI]$, inscrito numa circunferência de centro O .

Qual é a afirmação verdadeira?

- (A) Se o lado origem é $\hat{O}A$, o lado extremidade do ângulo de amplitude 1080° é $\hat{O}I$.
- (B) O ângulo cujo lado origem é $\hat{O}A$ e cujo lado extremidade é $\hat{O}G$ tem amplitude $(-160^\circ, -8)$.
- (C) O transformado do ponto A pela rotação de centro O e ângulo de amplitude 440° é o ponto H .
- (D) O transformado do ponto A pela rotação de centro O e ângulo de amplitude -200° é o ponto E .



3. Na circunferência de centro O da figura, está assinalado o ângulo de amplitude α , que tem por lado origem \vec{OA} e lado extremidade \vec{OB} .



- 3.1. Nesta alínea, supõe que $\alpha = 339^\circ 45'$.

No sistema circular, a amplitude do ângulo α é, em radianos:

- (A) $\frac{151\pi}{80}$ (B) $\frac{2263\pi}{1200}$
 (C) $\frac{17\pi}{9}$ (D) $\frac{29\pi}{15}$

- 3.2. Supõe agora que o raio da circunferência é 3 cm e que o maior comprimento do arco AB (a grosso) é igual a $\frac{17\pi}{3}$ cm.

Determina o valor de α .

Comprimento de um arco de circunferência: αr

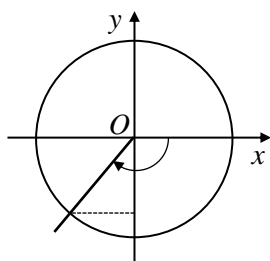
Área de sector circular: $\frac{\alpha r^2}{2}$

(α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

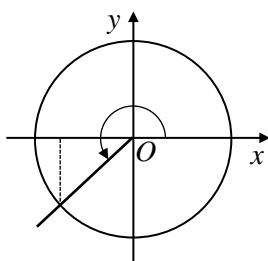
4. Sobre um número real α , sabe-se que $\cos \alpha = -\frac{3}{4} \wedge \alpha \in]-\pi, 0[$.

- 4.1. Em cada figura seguinte, está representado, a traço grosso na circunferência trigonométrica, o lado extremidade do ângulo de amplitude α , cujo lado origem é o semieixo positivo das abcissas. Indica em qual das figuras está assinalado α .

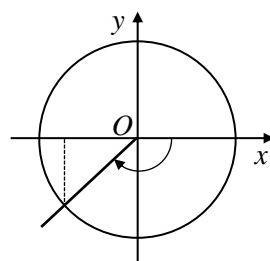
(A)



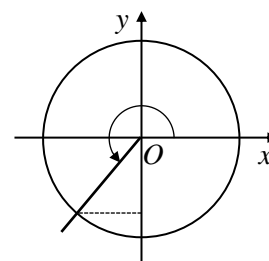
(B)



(C)



(D)



- 4.2. Determina:

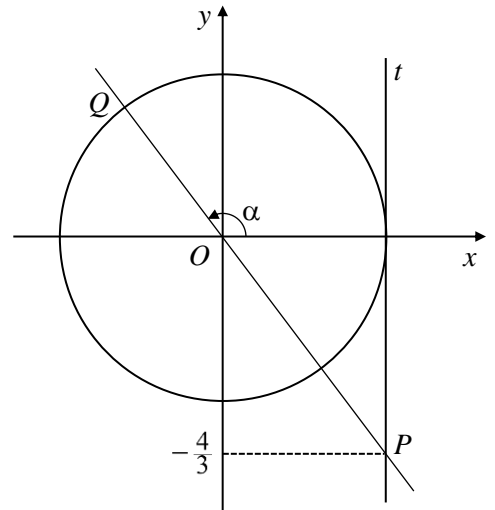
4.2.1. com aproximação às centésimas do radiano, o valor de α ;

4.2.2. $\sin \alpha$, sem usar a calculadora.



5. Na figura junta estão representados, em referencial o. n. xOy :

- a circunferência trigonométrica;
- a reta t , tangente à circunferência no ponto $(1,0)$;
- a reta PQ , que passa na origem do referencial e intersesta a reta t no ponto P e onde Q pertence à circunferência;
- o ângulo, de amplitude α , que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e por lado extremidade a semirreta OQ .



Tal como a figura sugere, a ordenada do ponto P é $-\frac{4}{3}$.

Sem recorrer à calculadora, determina o valor de

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$$

6. Considera o número real x tal que $x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$.

Em qual das seguintes opções está indicado o conjunto dos valores de k para os quais se tem $\cos x = 5k - 1$?

- (A) $]1, 3; 1, 4[$ (B) $] -1, 3; 1, 4[$ (C) $[-0, 3; 0, 4]$ (D) $[0, 3; 0, 4]$

7. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = 6 - 4 \operatorname{sen}\left(\frac{x}{3}\right)$.

O argumento da função seno está em radianos.

Sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos), resolve as alíneas 7.1. e 7.3..

7.1. Determina, na forma de intervalo de números reais, o contradomínio da função f .

7.2. Qual é o período positivo mínimo da função f ?

- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) 6π (D) 3π

7.3. Calcula $f(4\pi) + 2 \cos\left(-\frac{11\pi}{6}\right) + 4 \operatorname{tg}\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$.

7.4. Considera a reta r definida por $y = 8$.

Recorrendo à calculadora gráfica, determina a distância entre os pontos A e B , onde se sabe que:

- A é o ponto de interseção entre os gráficos de f e r ;
- B é o ponto do gráfico de f de ordenada mínima.

Na tua resposta, deves:

- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiveres necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificados (sugere-se a utilização da janela de visualização em que $x \in [-2\pi, 2\pi]$ e $y \in [0, 12]$);
- esboçar o segmento de reta $[AB]$;
- indicar as coordenadas dos pontos A e B com duas casas decimais, sempre que possível;
- determinar o valor pedido, arredondado às décimas.



8. Na figura está representado o retângulo $[ABCD]$.

Sabe-se que:

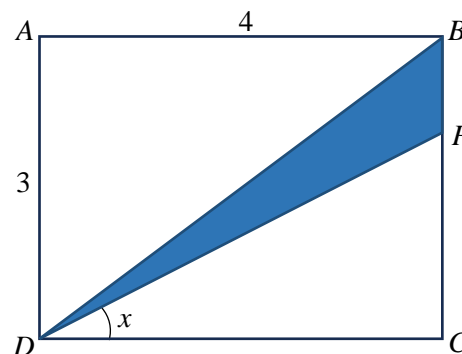
- $\overline{AB} = 4$;
- $\overline{AD} = 3$.

Considera o ponto P que se desloca sobre o lado $[BC]$.

Para cada posição do ponto P , seja x a amplitude do ângulo PDC , com $x \in \left]0, \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)\right[$.

Mostra que o perímetro do triângulo $[BDP]$ é dado, em função de x , por

$$8 + \frac{4 - 4\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x}$$



9. Para os valores de x que dão sentido à expressão, mostra que:

$$(\operatorname{tg} x - \operatorname{sen} x)^2 + \operatorname{cos}^2 x + \frac{2\operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{cos} x} = \frac{1}{\operatorname{cos}^2 x}.$$



FIM

COTAÇÕES

| Item | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------|----|------|------|------|--------|--------|----|----|------|------|------|------|----|----|-----|
| Cotação (em pontos) | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1. | 2. | 3.1. | 3.2. | 4.1. | 4.2.1. | 4.2.2. | 5. | 6. | 7.1. | 7.2. | 7.3. | 7.4. | 8. | 9. | 200 |
| 19 | 8 | 8 | 13 | 8 | 13 | 16 | 16 | 8 | 16 | 8 | 19 | 16 | 16 | 16 | 200 |