Proposta de teste de avaliação [outubro – 2018]

Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

Caderno 1

(É permitido o uso de calculadora.)

O teste é constituído por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica, de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

O teste inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\dfrac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\dfrac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$

Pirâmide e cone: $\dfrac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\dfrac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

Tabela trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente	Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175	46	0,7193	0,6947	1,0355
2	0,0349	0,9994	0,0349	47	0,7314	0,6820	1,0724
3	0,0523	0,9986	0,0524	48	0,7431	0,6691	1,1106
4	0,0698	0,9976	0,0699	49	0,7547	0,6561	1,1504
5	0,0872	0,9962	0,0875	50	0,7660	0,6428	1,1918
6	0,1045	0,9945	0,1051	51	0,7771	0,6293	1,2349
7	0,1219	0,9925	0,1228	52	0,7880	0,6157	1,2799
8	0,1392	0,9903	0,1405	53	0,7986	0,6018	1,3270
9	0,1564	0,9877	0,1584	54	0,8090	0,5878	1,3764
10	0,1736	0,9848	0,1763	55	0,8192	0,5736	1,4281
11	0,1908	0,9816	0,1944	56	0,8290	0,5592	1,4826
12	0,2079	0,9781	0,2126	57	0,8387	0,5446	1,5399
13	0,2250	0,9744	0,2309	58	0,8480	0,5299	1,6003
14	0,2419	0,9703	0,2493	59	0,8572	0,5150	1,6643
15	0,2588	0,9659	0,2679	60	0,8660	0,5000	1,7321
16	0,2756	0,9613	0,2867	61	0,8746	0,4848	1,8040
17	0,2924	0,9563	0,3057	62	0,8829	0,4695	1,8807
18	0,3090	0,9511	0,3249	63	0,8910	0,4540	1,9626
19	0,3256	0,9455	0,3443	64	0,8988	0,4384	2,0503
20	0,3420	0,9397	0,3640	65	0,9063	0,4226	2,1445
21	0,3584	0,9336	0,3839	66	0,9135	0,4067	2,2460
22	0,3746	0,9272	0,4040	67	0,9205	0,3907	2,3559
23	0,3907	0,9205	0,4245	68	0,9272	0,3746	2,4751
24	0,4067	0,9135	0,4452	69	0,9336	0,3584	2,6051
25	0,4226	0,9063	0,4663	70	0,9397	0,3420	2,7475
26	0,4384	0,8988	0,4877	71	0,9455	0,3256	2,9042
27	0,4540	0,8910	0,5095	72	0,9511	0,3090	3,0777
28	0,4695	0,8829	0,5317	73	0,9563	0,2924	3,2708
29	0,4848	0,8746	0,5543	74	0,9613	0,2756	3,4874
30	0,5000	0,8660	0,5774	75	0,9659	0,2588	3,7321
31	0,5150	0,8572	0,6009	76	0,9703	0,2419	4,0108
32	0,5299	0,8480	0,6249	77	0,9744	0,2250	4,3315
33	0,5446	0,8387	0,6494	78	0,9781	0,2079	4,7046
34	0,5592	0,8290	0,6745	79	0,9816	0,1908	5,1445
35	0,5736	0,8192	0,7002	80	0,9848	0,1736	5,6713
36	0,5878	0,8090	0,7265	81	0,9877	0,1564	6,3138
37	0,6018	0,7986	0,7536	82	0,9903	0,1392	7,1154
38	0,6157	0,7880	0,7813	83	0,9925	0,1219	8,1443
39	0,6293	0,7771	0,8098	84	0,9945	0,1045	9,5144
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,4301
41	0,6561	0,7547	0,8693	86	0,9976	0,0698	14,3007
42	0,6691	0,7431	0,9004	87	0,9986	0,0523	19,0811
43	0,6820	0,7314	0,9325	88	0,9994	0,0349	28,6363
44	0,6947	0,7193	0,9657	89	0,9998	0,0175	57,2900
45	0,7071	0,7071	1,0000				

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta.

Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Caderno 1

(É permitido o uso de calculadora.)

1. Na figura está representada parte da reta numérica e nela assinados os pontos O, A e P.

Sabe-se que:

. 0 é abcissa de O;

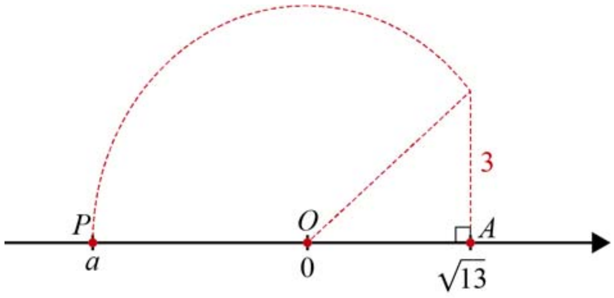
. $\sqrt{13}$ é a abcissa de A;

. a abcissa do ponto P é representada por a;

. o triângulo $[OAB]$ é retângulo em A;

. $\overline{AB} = 3$

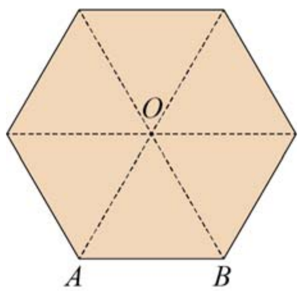
. $\overline{OB} = \overline{OP}$



Determina o valor, arredondado às centésimas, da abcissa do ponto P.

2. Na figura está representada uma placa informativa com a forma de hexágono regular.

O esquema seguinte representa a placa através de um hexágono regular com 96 cm de perímetro.



Repara que o hexágono pode ser decomposto em seis triângulos equiláteros iguais.

Um grupo de alunos, a partir da informação dada, propôs-se determinar, em cm^2, a área do hexágono.

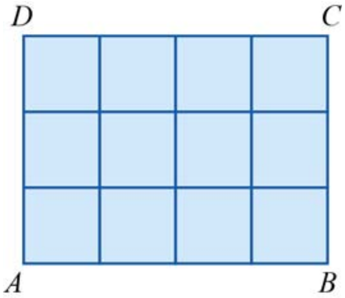
Na tabela seguinte estão os resultados obtidos pelos alunos.

Alunos	**Pedro**	**Rita**	**Susana**
Área (cm^2)	$665,5$	665	666

Qual dos alunos apresentou o resultado com menor erro?

Explica como chegaste à resposta.

3. Na figura está representado o retângulo [*ABCD*], constituído por 12 quadrados geometricamente iguais.
Fixada uma unidade de comprimento, sabe-se que a área do retângulo é igual a 84 unidades de área.

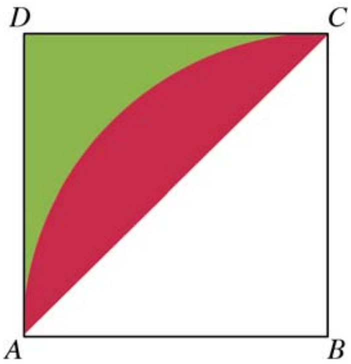


3.1. Determina o perímetro do retângulo [*ABCD*].
Apresenta o resultado arredondado às décimas.

3.2. Construiu-se um quadrado [*PQRS*] com área igual à do retângulo.
A qual dos seguintes intervalos pertence o número que corresponde à medida do lado desse quadrado?

(A) $\left]8, 3^2\right]$ **(B)** $\left]\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}, 3\pi\right[$ **(C)** $\left[\frac{46}{5}; 10\right[$ **(D)** $\left[9; 9{,}16\right]$

4. Na figura, o quadrado [*ABCD*] representa um dos elementos de uma composição artística.



Sabe-se que:

. o quadrado [*ABCD*] tem de área 12 cm^2;

. a região de cor vermelha é a limitada pela diagonal [*AC*] do quadrado e pelo arco de circunferência de centro *B* e raio $\overline{AB}$.

Determina, em cm^2, o valor exato da área da região de cor vermelha e dá um exemplo de um valor aproximado por excesso com um erro inferior a 0,01.

FIM (Caderno 1)

Caderno 2

(Não é permitido o uso de calculadora.)

5. Considera os conjuntos: $A = \left]-\frac{5}{3}, 4\right]$ e $B = \left\{x \in \mathbb{R}: \ 3 - \frac{3+x}{2} > \frac{x}{4}\right\}$.

Representa na forma de intervalo de números reais o conjunto:

5.1. $A \cup \left[-2, \frac{5}{3}\right]$

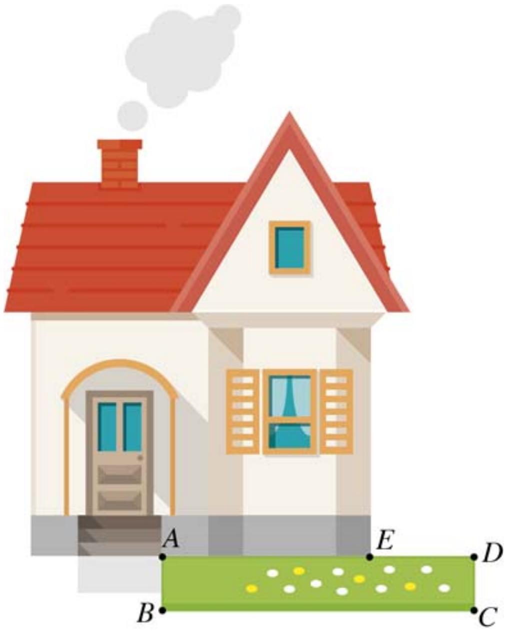
5.2. $\mathbb{R}^+ \cap B$

6. Considera o conjunto $S = \left]7 \times 10^{-4}, \frac{5}{2}\right[$.

Qual dos seguintes números não pertence ao conjunto S?

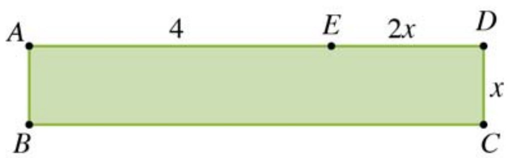
(A) 35×10^{-2} **(B)** $0{,}0027 \times 10^{3}$ **(C)** $0{,}3 \times 10^{-2}$ **(D)** $0{,}075 \times 10^{-2}$

7. Na figura está representada uma casa e um canteiro retangular com relva.



No esquema seguinte está representado o retângulo correspondente ao canteiro e algumas dimensões, em metros.

Sabe-se que $\overline{AE} = 4$, $\overline{CD} = x$ e $\overline{DE} = 2x$.



7.1. Seja P o perímetro do retângulo [$ABCD$].

Mostra que $P = 6x + 8$.

7.2. Nas alíneas seguintes utiliza o resultado anterior.

Determina:

a) em m^2, a área do canteiro se tiver de perímetro 17 m.

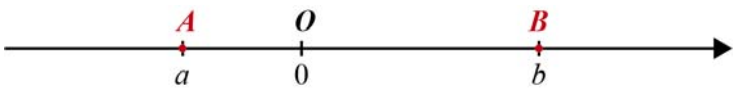
b) para que valores de x se tem: $\overline{CD} \geq 1 \ \wedge \ P \leq 23$.

Apresenta o resultado na forma de intervalo de números reais.

8. Considera a inequação $2\left(1-\frac{x}{3}\right)+x<7$.

Resolve a inequação e indica o maior número primo que é solução.

9. Na figura encontra-se representada parte da reta numérica e nela estão assinalados os pontos ***A*** e ***B*** de abcissas a e b, respetivamente,



Sabe-se que: $-1<a<0<1<b$.

Um ponto ***C*** da reta numérica tem abcissa c, sendo $c=-a^3$.

Explica a afirmação:

"Na reta numérica o ponto *C* pertence ao segmento de reta [*OB*]."

FIM (Caderno 2)

Item					
Cotações (em pontos)					
1.	**2.**	**3.1.**	**3.2.**	**4**	**Total**
8	8	8	8	8	**40**

Item								
Cotações (em pontos)								
5.1	**5.2**	**6.**	**7.1.**	**7.2. a)**	**7.2. b)**	**8.**	**9.**	**Total**
6	8	6	8	8	10	10	4	**60**

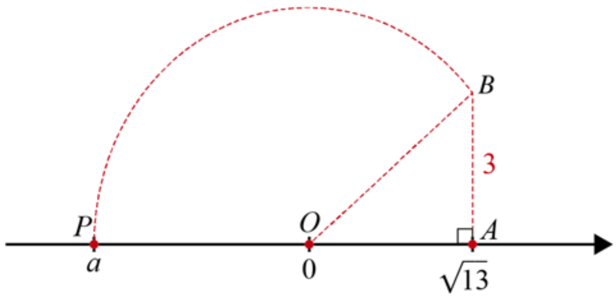
Caderno 1

1. Pelo Teorema de Pitágoras:

$\overline{OB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AB}^2 \Leftrightarrow$

$\overline{OB}^2 = \left(\sqrt{13}\right)^2 + 3^2$

Então, $\overline{OB} = \sqrt{22}$, pelo que se conclui que $a = -\sqrt{22} \approx -4,69$.



Resposta: A abcissa do ponto *P* é, aproximadamente, $-4,69$.

2. $\overline{AB} = \dfrac{96}{6} = 16$

Seja a o apótema do hexágono e *M* o ponto médio de [*AB*].

$a^2 + \overline{AM}^2 = \overline{AO}^2 \Leftrightarrow a^2 + 8^2 = 16^2 \Leftrightarrow a^2 = 192$

Sendo $a > 0$, tem-se $a = \sqrt{192}$.

$A_{\text{hexágono}} = 6 \times A_{[ABO]} = 6 \times \dfrac{16 \times \sqrt{192}}{2} = 48 \times \sqrt{192} \approx 665,107$

$|665,1075 - 665| \approx 0,1075$; $|665,1075 - 665,5| \approx 0,3925$; $|665,1075 - 666| \approx 0,8925$

Resposta: O valor apresentado pela Rita é o que mais se aproxima do valor da área do hexágono.

3.1. Seja x a medida do lado de cada um dos 12 quadrados.

$x = \sqrt{7}$

Designando por *P* o perímetro do retângulo [*ABCD*], obtém-se:

$P = 14\sqrt{7} \approx 37,0$

Resposta: O perímetro do retângulo [*ABCD*] é, aproximadamente, $37,0$ unidades de comprimento.

3.2. Seja y a medida do lado do quadrado [*PQRS*].

$y^2 = 84$, ou seja, $y = \sqrt{84} \approx 9,165$.

$\left]\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}, 3\pi\right[=]9, 3\pi[$

Como $3\pi > 9,42$, conclui-se que $\sqrt{84} \in]9, 3\pi[$.

Resposta: Opção **(B)** $\left]\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}, 3\pi\right[$

4. A área pedida é a diferença entre a área da quarta parte de um círculo de raio $\overline{AB}$ e a área do triângulo $[ABC]$.

Sabe-se que $\overline{AB} = \sqrt{12}$.

Sendo S a área da região pedida, tem-se $S = \frac{\pi\sqrt{12}^2}{4} - \frac{12}{2} = 3\pi - 6$.

$S = 3\pi - 6 \approx 3,424778$

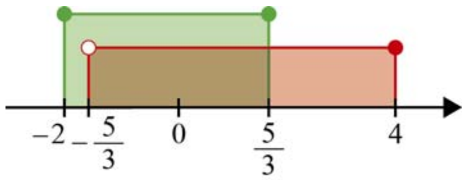
3,43 é um valor aproximado por excesso de S com um erro inferior a 0,01.

Resposta: O valor exato da área da região pedida é $3\pi - 6$ e um valor aproximado por excesso com um erro inferior a 0,01 é 3,43.

Caderno 2

5.

5.1. $A \cup \left[-2, \frac{5}{3}\right] = [-2, 4]$



5.2. $3 - \frac{3+x}{2} > \frac{x}{4} \Leftrightarrow 12 - 6 - 2x > x \Leftrightarrow -3x > -6 \Leftrightarrow x < 2$

$B =]-\infty, 2[$

$\mathbb{R}^+ \cap B = \mathbb{R}^+ \cap]-\infty, 2[=]0, 2[$

$\mathbb{R}^+ \cap B =]0, 2[$

6. $S = \left]7 \times 10^{-4}, \frac{5}{2}\right[$

$7 \times 10^{-4} = 0,0007$ e $\frac{5}{2} = 2,5$

$S = \left]7 \times 10^{-4}, \frac{5}{2}\right[=]0,0007\ ;\ 2,5[$

$0,0027 \times 10^3 = 2,7$

$2,7 \notin S$

Resposta: Opção **(B)** $0,0027 \times 10^3$

7.

7.1. $\overline{BC} = \overline{AD} = 4 + 2x$

$\overline{CD} = \overline{AB} = x$

$P = 2\overline{CD} + 2\overline{AD} = 2x + 2(2x+4)$

$P = 2x + 4x + 8$

$P = 6x + 8$

7.2.

a) $P = 17 \Leftrightarrow 6x + 8 = 17 \Leftrightarrow 6x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = 1,5$

Se $x = 1,5$, tem-se:

$\overline{CD} = 1,5$ e $\overline{AD} = 4 + 2 \times 1,5 = 7$

A área do canteiro, em m^2, é dada por $1,5 \times 7$, ou seja, 10,5.

Resposta: $10,5\,\text{m}^2$

b) $\overline{CD} \geq 1 \ \wedge \ P \leq 23 \Leftrightarrow x \geq 1 \wedge 6x + 8 \leq 23 \Leftrightarrow x \geq 1 \wedge x \leq \frac{15}{6} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \geq 1 \wedge x \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow x \in \left[1, \frac{5}{2}\right]$

Resposta: $x \in \left[1, \frac{5}{2}\right]$

8. $2\left(1 - \frac{x}{3}\right) + x < 7 \Leftrightarrow 2 - \frac{2x}{3} + x < 7 \Leftrightarrow -\frac{2x}{3} + x < 5 \Leftrightarrow -2x + 3x < 15 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x < 15$

Conjunto-solução: $]-\infty, 15[$

O maior número primo que é solução é 13.

Resposta: 13

9. Se $a > -1$, então $a^3 > (-1)^3$, ou seja, $a^3 > -1$. **(1)**

Como $a < 0$, então $a^3 < 0$. **(2)**

De (1) e (2), conclui-se que $a^3 \in]-1, 0[$.

O simétrico, ou seja, $-a^3$ está entre 0 e 1. Como $1 < b$, tem-se que $0 < -a^3 < b$.

Daqui resulta que o ponto C pertence ao segmento de reta $[O, B]$.