



cas [www.esffranco.edu.pt](http://www.esffranco.edu.pt)  
(2019/2020)

## 4.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 6

2.º Período

12/03/20

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

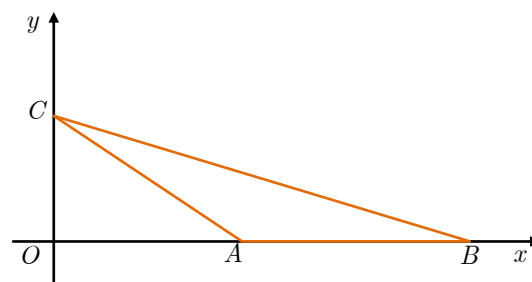
Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere o triângulo isósceles  $[ABC]$  representado no referencial o.n.  $xOy$  da figura.

Sabe-se que:

- os pontos  $A$  e  $B$  pertencem ao eixo  $Ox$  e as suas abcissas são, respetivamente, 5 e 11;
- o ponto  $C$  pertence ao eixo  $Oy$ ;
- $AB = AC$ .



Qual é a equação reduzida da reta  $AC$ ?

- (A)  $y = -\frac{\sqrt{10}}{6}x - 5$     (B)  $y = \frac{\sqrt{10}}{6}x + 5$     (C)  $y = -\frac{\sqrt{6}}{4}x + \sqrt{11}$     (D)  $y = -\frac{\sqrt{11}}{5}x + \sqrt{11}$

2. Daniel Adrião, o candidato às próximas eleições do partido PFP, realizou um comício e os apoiantes que queriam assistir ao seu discurso começaram a entrar no pavilhão, para esse efeito, a partir das 19 horas.

Sabe-se que:

- às 19:00, entraram 100 apoiantes;
- às 19:10, entraram mais 150 apoiantes;
- às 19:20, entraram mais 200 apoiantes;
- e assim sucessivamente, a cada 10 minutos, entravam mais 50 apoiantes que anteriormente.

Quando o número total de apoiantes chegou aos 5950, Daniel Adrião começou o comício.

Que horas eram?



3. Considere a sucessão  $(a_n)$ , de termos positivos, definida por 
$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{1}{3a_n + 2}, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

3.1. Verifique que  $(a_n)$  não é monótona.

3.2. Sabendo que  $(a_n)$  é convergente, determine  $\lim a_n$ .



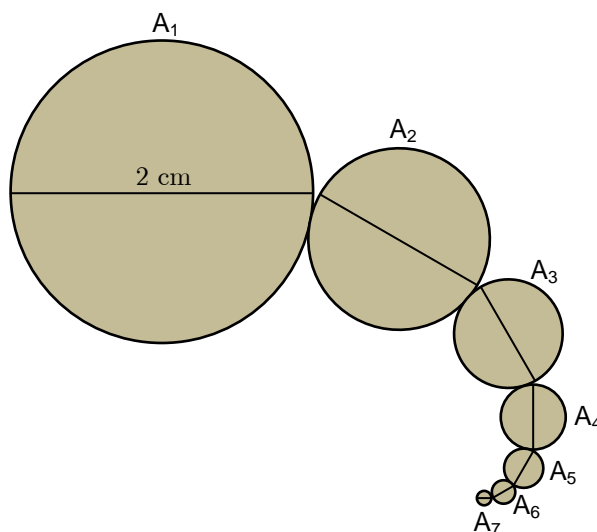
4. Indique o valor de  $\lim \left( \sqrt[n]{8} + 1000n^{-\frac{3}{2}} \right)$ .
- (A)  $+\infty$                       (B) 1001                      (C) 1                      (D)  $-\infty$

5. Calcule:

5.1.  $\lim \frac{9^n + 6^n \operatorname{sen} n}{3^{2n+2} + 6^n}$

5.2.  $\lim \left( 2n - \sqrt{4n^2 + 30n} \right)$

6. A figura ao lado é composta pelos círculos  $A_1, A_2, \dots, A_7$ . O diâmetro do círculo  $A_1$  é 2 cm, o diâmetro do círculo  $A_2$  é três quintos do diâmetro de  $A_1$ , o diâmetro do círculo  $A_3$  é três quintos do diâmetro de  $A_2$  e assim sucessivamente.



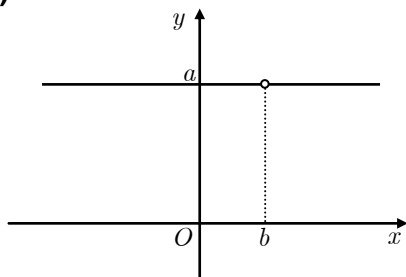
- 6.1. Seja  $(a_n)$  a área do círculo  $A_n$ , em  $\text{cm}^2$ .  
 Mostre que  $a_n = \pi \times \left( \frac{9}{25} \right)^{n-1}$ .
- 6.2. Qual é a área total, em  $\text{cm}^2$ , de todos os círculos construídos desta forma?

- (A)  $\frac{25\pi}{16}$                       (B)  $\frac{50\pi}{16}$   
 (C)  $\frac{9\pi}{4}$                       (D)  $\frac{9\pi}{8}$

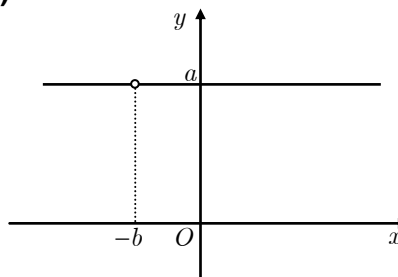
7. Seja  $h$  a função definida por  $h(x) = \frac{ax+ba}{x+b}$ , com  $a > 0 \wedge b > 0$ .

Em qual das opções a seguir pode estar parte do gráfico da função  $h$ ?

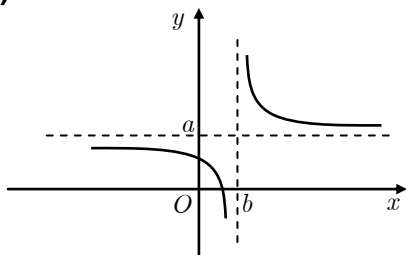
(A)



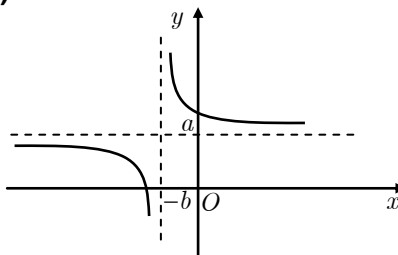
(B)



(C)



(D)



8. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ , definida por  $f(x) = \frac{2x-7}{3-x}$ .
- 8.1. Qual é o valor de  $k$  para o qual a equação  $f(x) = k$  é impossível?  
 (A)  $-7$                       (B)  $2$                       (C)  $-2$                       (D)  $3$
- 8.2. Calcule os zeros da função  $g$ , definida por  $g(x) = f(x) \times (x^2 - 3x)$ .

9. Seja  $h$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $h(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{x+2} & \text{se } x < -2 \\ 4x - x^3 & \text{se } x \geq -2 \end{cases}$ .

Determine o contradomínio da função  $h$ .  
 Para resolver este item, recorra à calculadora gráfica.  
 Na sua resposta, deve:

- reproduzir, num referencial, o gráfico da função  $h$  que visualizar na calculadora (sugere-se a utilização da janela de visualização  $[-5,5] \times [-10,5]$ ); nesse referencial:
  - assinale o ponto do gráfico de abcissa  $-2$  e indique a sua ordenada;
  - represente a assíntota vertical do gráfico de  $h$ .
- apresentar o contradomínio da função  $h$ , usando a notação de intervalos de números reais. Nos elementos desses intervalos, conserve duas casas decimais.

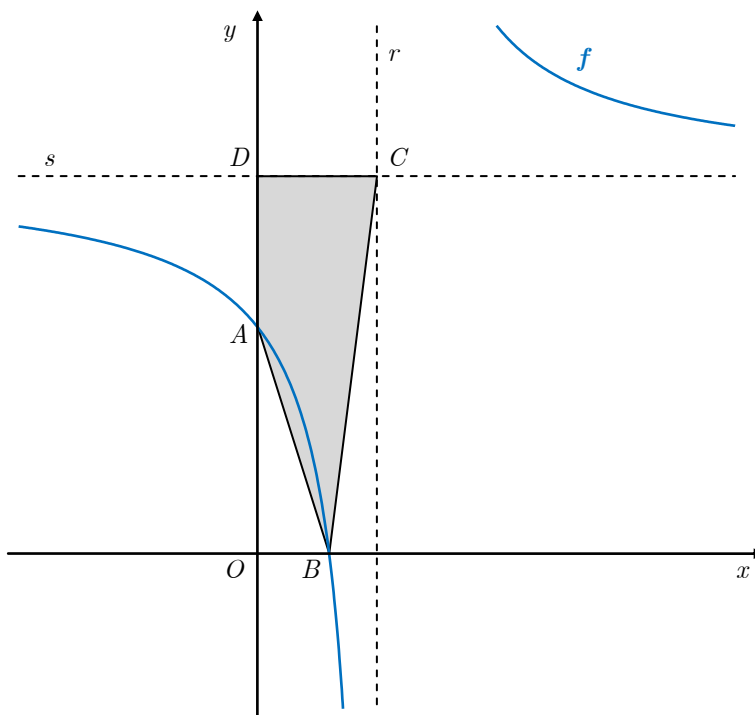
10. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$ , definida por  $f(x) = 5 + \frac{6}{2x-3}$ .
- 10.1. Determine o conjunto dos números reais que são soluções da inequação  $f(x) \leq 7$ .  
 Apresente a sua resposta utilizando a notação de intervalos de números reais.

- 10.2. Na figura estão representados, em referencial o.n.  $xOy$ :
- parte do gráfico da função  $f$ ;
  - as retas  $r$  e  $s$ , assíntotas do gráfico de  $f$ ;
  - o quadrilátero  $[ABCD]$ .

$A$  e  $B$  são os pontos de interseção do gráfico da função  $f$  com os eixos coordenados.

$C$  é o ponto de interseção das retas  $r$  e  $s$ .  
 $D$  é o ponto de interseção da reta  $s$  com o eixo  $Oy$ .

Determine a área do quadrilátero  $[ABCD]$ .



**11.** A Carminda trabalha numa pastelaria e confecciona um bolo de casamento em 5 horas. Ela pretende contratar a Ivelice para lhe ajudar na confeção dos bolos.

Quanto tempo demorará a Ivelice a confeccionar, sozinha, o bolo de casamento se ambas demorarem 3 horas a confeccionar o mesmo bolo?

Apresente o resultado em horas.

**Sugestão:** Designando por  $t$  o número de horas que a Ivelice demora a confeccionar sozinha o bolo de casamento, comece por mostrar que a Carminda e a Ivelice demoram  $h$  horas a confeccionar um bolo, onde  $h(t) = \frac{5t}{t+5}$ .



FIM

## Formulário

### Progressões

Soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão  $(u_n)$ :

**Progressão aritmética:**  $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

**Progressão geométrica:**  $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$



### COTAÇÕES

Item																
Cotação (em pontos)																
1.	2.	3.1.	3.2.	4.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.	7.	8.1.	8.2.	9.	10.1.	10.2.	11.	200
8	17	10	13	8	13	17	13	8	8	8	13	13	17	17	17	