

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 6

1.º Período

12/12/19

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Todos os anos, em Silves, o Moto Clube de Albufeira promove uma subida “impossível”, a de conseguir, de mota, subir um monte com 110 metros e uma inclinação de 87° (<http://www.terraruiva.pt/2019/11/08/tudo-a-postos-para-a-subida-impossivel-que-espera-milhares-de-visitantes/>). Pretende-se colocar um sinal de trânsito, no início da subida, para indicar o declive dessa subida, em percentagem. Qual, dos seguintes, poderá ser esse sinal?



(A)



(B)



(C)



(D)



2. Considere o triângulo $[ABC]$ representado no referencial o.n. xOy da figura. Sabe-se que:

- a abcissa do ponto B é 5 ;
- a abcissa do ponto C é -2 ;
- a amplitude do ângulo ACB é 60° .

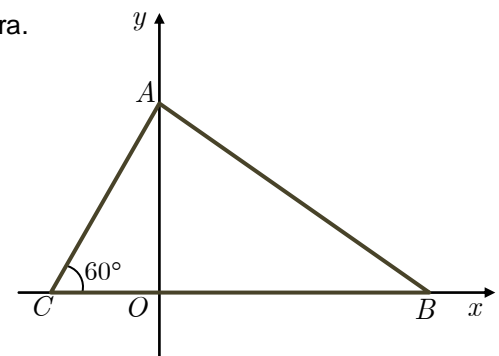
Qual é, em graus e arredondado às décimas, a inclinação da reta AB ?

(A) $150,9^\circ$

(B) $145,3^\circ$

(C) $-34,7^\circ$

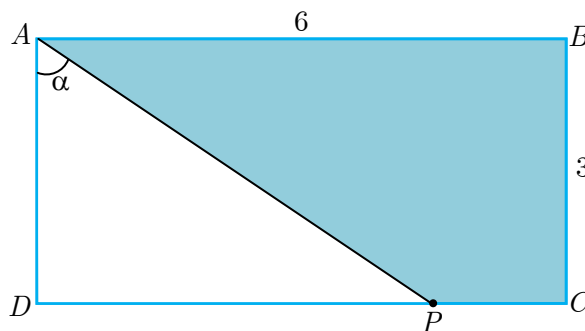
(D) $-46,1^\circ$



3. Resolva, no intervalo $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{8}\right]$, a equação $\sin(4x) = -\frac{1}{2}$.



4. Na figura, está representado o retângulo $[ABCD]$.
Tal como sugere essa figura, $\overline{AB} = 6$ e $\overline{BC} = 3$.
Considere que um ponto P se desloca ao longo do lado $[DC]$ e, para cada posição do ponto P , seja α a amplitude, em radianos, do ângulo DAP , com $\alpha \in]0, \frac{\pi}{3}[$.



- 4.1. Seja $f(\alpha)$ a área da região colorida em função de α .
Mostre que $f(\alpha) = 18 - \frac{9 \operatorname{tg} \alpha}{2}$.
- 4.2. Determine o valor de α para o qual a área da região colorida é $\frac{36-3\sqrt{3}}{2}$.

5. Considere, num referencial o.n. xOy , os pontos $A(2,0)$ e $B(0,2)$.

5.1. Indique o valor de $\overline{AB} \cdot \overline{OA}$.

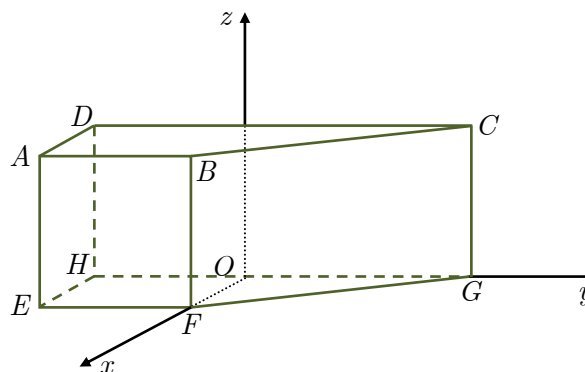
- (A) $-\sqrt{8}$ (B) 4 (C) -4 (D) $\sqrt{8}$

5.2. Usando o produto escalar de vetores, determine uma equação da circunferência de diâmetro $[AB]$.

6. Considere, no referencial o.n. $Oxyz$ da figura, o prisma quadrangular $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- as bases $[ABCD]$ e $[EFGH]$ são trapézios retângulos e paralelos ao plano xOy ;
- a face $[CDHG]$ está contida no plano yOz ;
- o vértice D tem coordenadas $(0,-2,2)$;
- o vértice F tem coordenadas $(2,0,0)$;
- o plano BCO é definido pela equação $3x + 2y - 3z = 0$.



- 6.1. Para um certo número real não nulo p , considere o plano α definido pela equação $\frac{2}{p}x - 5y + 1 = 0$.
Indique o valor de p para os quais os planos BCO e α são perpendiculares.

- (A) -4 (B) $\frac{6}{13}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $-\frac{5}{2}$

- 6.2. Determine a amplitude do ângulo AFC .
Apresente o resultado em graus, arredondado às décimas.

- 6.3. Seja P um ponto pertencente ao plano ABC .

Sabe-se que:

- o ponto P tem ordenada igual ao cubo da abscissa;
- os vetores \overrightarrow{OP} e $\vec{u}(5,-2,2)$ são perpendiculares.

Determine a abscissa do ponto P , recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta:

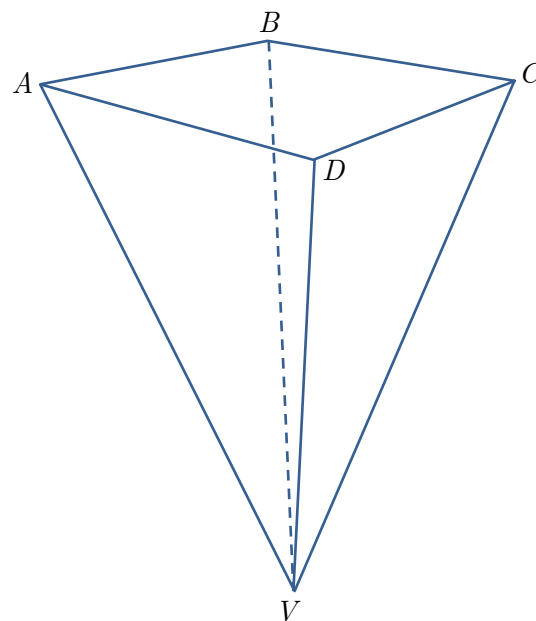
- equacione o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizar na calculadora e que lhe permite(m) resolver a equação, devidamente identificado(s) (sugere-se a utilização da janela de visualização em que $x \in [-3, 4]$ e $y \in [-8, 8]$);
- apresente a abscissa do ponto P arredondada às décimas.



7. Fixado um referencial o.n. $Oxyz$, considere a pirâmide quadrangular regular $[ABCDV]$, de base $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- o vértice A tem coordenadas $(0,0,2)$;
- o vértice V tem coordenadas $(5, -\frac{11}{2}, -\frac{7}{2})$;
- $\vec{AB} = (2,-1,2)$;
- $\vec{AC} = (4,1,1)$.



7.1. Qual das seguintes pode representar a equação de um plano que contém o vértice A e é perpendicular ao vetor $\vec{u}(2,-2,1)$?

- (A) $x - y + 2z - 4 = 0$
- (B) $x - y + 2z + 4 = 0$
- (C) $2x - 2y + z - 2 = 0$
- (D) $2x - 2y + z + 2 = 0$

7.2. Determine o volume da pirâmide da figura.

8. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a superfície esférica de equação $(x - 4)^2 + y^2 + z^2 = 2$.

8.1. Determine uma equação do plano tangente à superfície esférica no ponto $A(5,0,1)$.

Apresente essa equação na forma $ax + by + cz + d = 0$.

8.2. Para um certo valor de θ pertencente ao intervalo $]\frac{\pi}{2}, \pi[$, o ponto $P(\sin \theta + 4, \cos \theta, \operatorname{tg} \theta)$ pertence à superfície esférica dada.

Determine os valores numéricos das coordenadas do ponto P .

9. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, o plano α definido pela condição $x - y + 5z + 32 = 0$.

9.1. Para certos valores reais a e b , sabe-se que a reta r , definida por $(x, y, z) = (a, 2, 2b) + k(3b, -2b, 1), k \in \mathbb{R}$, está contida no plano α .

Determine os valores de a e b .

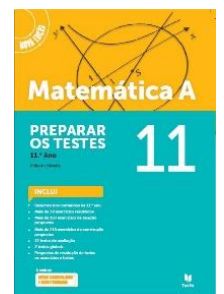
9.2. Sabe-se que α é o plano mediador do segmento de reta $[AB]$, onde se tem $A(0,3,5)$.

Determine as coordenadas do ponto B .

Sugestão: comece por escrever uma equação da reta AB e, a partir dela, determine as coordenadas do ponto médio de $[AB]$.

FIM





COTAÇÕES

Item																
Cotação (em pontos)																
1.	2.	3.	4.1.	4.2.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.	6.3.	7.1.	7.2.	8.1.	8.2.	9.1.	9.2.	200
8	8	12	16	16	8	12	8	16	12	8	16	12	16	16	16	