

5.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 7

3.º Período

02/05/18

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

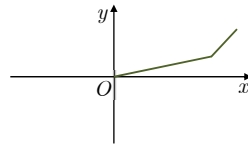
Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

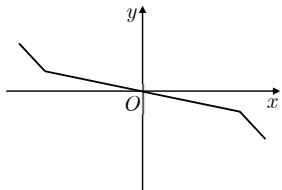
Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função ímpar f .

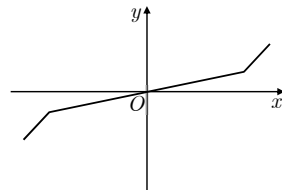
Em qual das figuras abaixo pode estar a representação gráfica da função f^{-1} , função inversa da função f ?



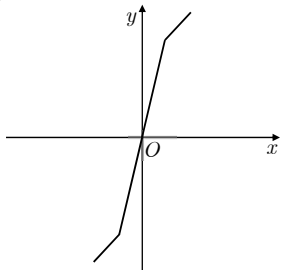
(A)



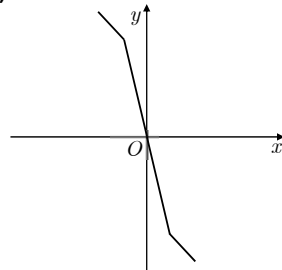
(B)



(C)



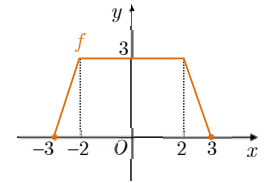
(D)



2. Considere a função f , cujo gráfico cartesiano se encontra ao lado, e a função afim g definida por $g(x) = x + 1$.

Qual das seguintes é uma proposição falsa?

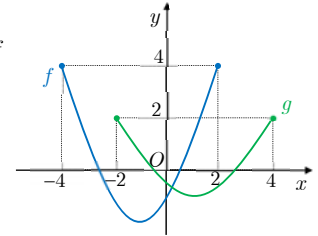
- (A) $(f \circ g)(1) = -3$ (B) $(f \circ g)(2) = 0$
 (C) $(g \circ f)(3) = 1$ (D) $(g \circ f)(-2) = 4$



3. Ao lado estão representadas, graficamente, as funções f e g .

É possível concluir que se obtém o gráfico de g a partir do de f através:

- (A) de uma reflexão de eixo Oy , seguida de uma dilatação vertical de coeficiente 2.
 (B) de uma reflexão de eixo Oy , seguida de uma contração vertical de coeficiente $\frac{1}{2}$.
 (C) de uma reflexão de eixo Ox , seguida de uma contração vertical de coeficiente $\frac{1}{2}$.
 (D) de uma reflexão de eixo Ox , seguida de uma dilatação vertical de coeficiente 2.



4. Considere, no referencial o.n. $Oxyz$ da figura, o octaedro regular $[ABCDEF]$.

Sabe-se que:

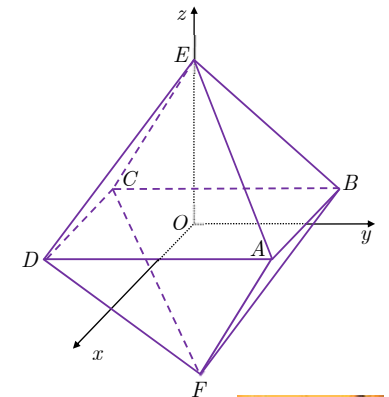
- a origem do referencial é o centro do quadrado $[ABCD]$;
- o ponto A tem coordenadas $(2,2,0)$.

- 4.1. Qual é a área total do octaedro?

- (A) $40\sqrt{2}$ (B) $26\sqrt{2}$
 (C) $32\sqrt{3}$ (D) $24\sqrt{3}$

- 4.2. Qual das seguintes representa uma equação vetorial da reta AC ?

- (A) $(x, y, z) = k(-1, 1, 0), k \in \mathbb{R}$
 (B) $(x, y, z) = k(1, 1, 0), k \in \mathbb{R}$
 (C) $(x, y, z) = (2, 2, 0) + k(-1, 1, 0), k \in \mathbb{R}$
 (D) $(x, y, z) = (2, 2, 0) + k(-1, 1, 1), k \in \mathbb{R}$



Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

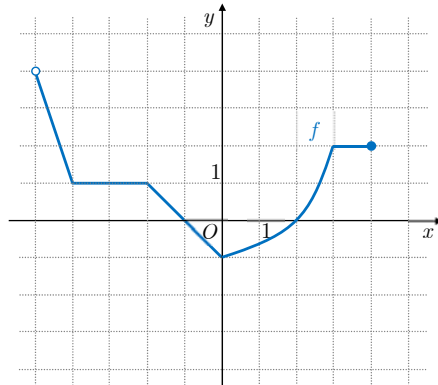
1. Considere, no referencial o.n. xOy do lado, o gráfico cartesiano da função f , de domínio $] -5, 4]$.
- 1.1. Acrescentando as colunas necessárias, complete as tabelas a seguir de:

1.1.1. variação da função;

x			
$f(x)$			

1.1.2. sinal da função.

x			
$f(x)$			



1.2. Indique:

- 1.2.1. o maior intervalo de números reais onde f é decrescente em sentido lato;
- 1.2.2. o intervalo de números reais onde f é crescente e positiva;
- 1.2.3. o conjunto dos minorantes e o dos majorantes de f ;
- 1.2.4. os mínimos relativos de f e os respetivos minimizantes;
- 1.2.5. os máximos relativos de f e os respetivos maximizantes;
- 1.2.6. o domínio e o contradomínio da função definida por $g(x) = f(x + 3)$.

2. Seja g a função quadrática definida por $g(x) = (3 - 2m)x^2 + 4x$, sendo m um certo número real.

- 2.1. Determine os valores de m de modo que a concavidade do gráfico de g esteja voltada para cima.
- 2.2. Suponha agora que $m = 3$.
 - 2.2.1. Estude a paridade da função g .
 - 2.2.2. Considere agora a função afim h definida por $h(x) = 2x - 4$. Justifique que existe a função h^{-1} e caracterize-a.
 - 2.2.3. Sabe-se que $g(x) \geq h(x)$ num certo intervalo $[a, b]$. Determine, recorrendo à calculadora gráfica, os valores de a e b . Na sua resposta:
 - reproduza, num referencial, os gráficos das funções g e h (sugere-se a utilização da janela de visualização $[-2, 3] \times [-10, 3]$);
 - apresente os valores de a e b arredondados às centésimas.

3. O Aécio fez um salto de *bungee-jumping* a partir da Torre de Macau.

Admita que, t segundos após o Aécio começar o salto, a distância desde o local de onde ele saltou até ao mar foi dada, em metros, pela função definida por

$$d(t) = t^2 - 28t + 233, \quad t \in [0, 20].$$

Resolva os itens seguintes usando exclusivamente processos analíticos.

- 3.1. A que distância do mar, em metros, se encontrava o Aécio quando fez o salto?
- 3.2. Após quanto tempo (em segundos) o Aécio atingiu a distância mínima do mar? Qual foi essa distância mínima (em metros)?



4. Resolva o item 4.1. ou o item 4.2.

- 4.1. Considere a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = a^2 - 2ax - x^2$, sendo a um número real. Determine, justificando, o contradomínio de f .
- 4.2. Considere a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = 4x^2$. Prove que g é uma função decrescente em $]-\infty, 0]$.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (40 pontos)	Cada resposta certa: 8	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
-------------------------------	------------------------	---

Grupo II (160 pontos)	178	244	324	414
	1.1.114	2.110	3.110	
	1.1.214	2.2.110	3.214	
	1.2.15	2.2.210		
	1.2.25	2.2.314		
	1.2.310			
	1.2.410			
1.2.510				
1.2.610				

