

4.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 7

2.º Período

14/03/18

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correta.

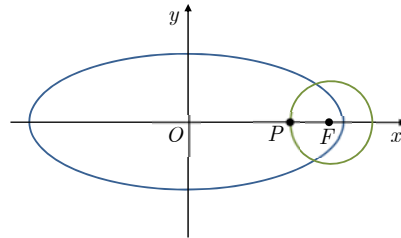
Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Considere, no referencial o.n. xOy da figura:

- a elipse de equação $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{19} = 1$;
- a circunferência de equação $(x - k)^2 + y^2 = 7$, sendo k a abscissa positiva do ponto F , um dos focos da elipse;
- o ponto P , pertencente à circunferência e ao eixo Ox e de abscissa inferior ao do ponto F .



Indique a abscissa de P .

- (A) $\frac{19}{2} - \sqrt{7}$ (B) $9 - \sqrt{7}$ (C) $10 - \sqrt{19}$ (D) $\frac{21}{2} - \sqrt{19}$

2. O volume da bola oficial do Campeonato do Mundo de Futebol é igual a $\frac{16\pi}{9}$ decímetros cúbicos.

Qual é, em decímetros, o raio da bola (considerando que é uma esfera)?

- (A) $2^{\frac{2}{3}} \times 3^{-\frac{1}{3}}$ (B) $2^{-\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}$ (C) $16^{\frac{1}{3}} \times 9^{\frac{1}{3}}$ (D) $16^{-\frac{1}{3}} \times 9^{-\frac{1}{3}}$



3. Num plano munido de um referencial o.n. xOy , considere os vetores $\vec{u}(2, -5)$ e $\vec{v} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2$.

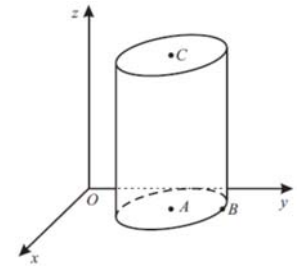
Quais são as coordenadas do vetor $\vec{u} - \vec{v}$?

- (A) $(-2, 5)$ (B) $(5, -2)$ (C) $(-3, 1)$ (D) $(1, -3)$

4. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cilindro de revolução de altura 3.

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(1, 2, 0)$ e é o centro da base inferior do cilindro, a qual está contida no plano xOy ;
- o ponto B tem coordenadas $(1, 3, 0)$ e pertence à circunferência que delimita a base inferior do cilindro;
- o ponto C é o centro da base superior do cilindro.



Qual é o perímetro do triângulo $[ABC]$?

- (A) $4 + \sqrt{10}$ (B) $4 + 2\sqrt{3}$ (C) $3 + \sqrt{14}$ (D) $3 + 2\sqrt{2}$

Adaptado do Exame Nacional de Matemática A, época especial de 2017

5. Considere os seguintes conjuntos.

$$A = \{-3, 0, 4\}, B = \{20, 30\}, F = \{-3, 20, (0, 20), (0, 30), (4, 30)\} \text{ e } G = \{-3, 20, (0, 30)\}$$

Quanto aos conjuntos F e G :

- (A) Apenas F é gráfico de uma função de A em B .
 (B) Apenas G é gráfico de uma função de A em B .
 (C) Nenhum é gráfico de uma função de A em B .
 (D) Ambos são gráficos de uma função de A em B .



Grupo II

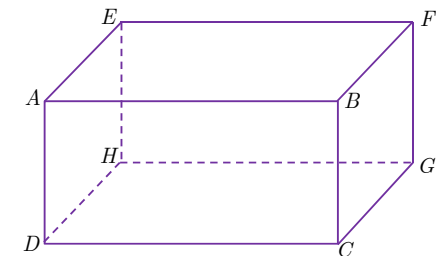
Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere, fixado um referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular reto $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- o vértice A tem coordenadas $(6, 0, -3)$;
- o vértice C tem coordenadas $(-2, 4, 0)$;
- o vértice F tem coordenadas $(2, 10, -2)$;
- o vértice G tem coordenadas $(-1, 9, -4)$.



Escreva as equações paramétricas da reta r que passa no ponto D e é paralela à reta AC .

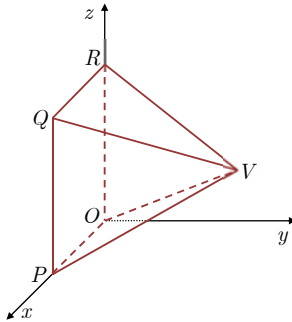
2. Na figura está representada, num referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular $[OPQRV]$, cuja base está contida no plano xOz .

Sabe-se que:

- o ponto Q pertence ao plano xOz ;
- a reta QV está definida pela seguinte equação vetorial:
 $(x, y, z) = (2, 5, 2) + k(2, -5, 2), k \in \mathbb{R}$.

Determine as coordenadas:

- do ponto Q ;
- do ponto da reta QV , de ordenada negativa, cuja distância ao ponto $S(2, 5, 35)$ é 33.



3. Considere as funções, todas de domínio e conjunto de chegada \mathbb{R} definidas por:

$$f(x) = 3x + 6, \quad g(x) = x^2 - 11 \quad \text{e} \quad h(x) = 2 - 4x^3$$

3.1. Indique, justificando, o valor lógico da afirmação seguinte.

«A função g é injetiva.»

3.2. Prove que a função h é bijetiva.

3.3. Calcule:

3.3.1. $(f \circ h)(0)$;

3.3.2. o(s) valor(es) de x de modo que $(f \circ g)(x) = 0$.

3.4. Caracterize a função $g \circ f$.

Na sua resposta deve:

- indicar o domínio da função $g \circ f$;
- apresentar $(g \circ f)(x)$ de forma simplificada.

3.5. Os gráficos cartesianos das funções g e h interseitam-se num único ponto.

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, as coordenadas desse ponto.

Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, os gráficos das duas funções (pode utilizar a janela de visualização $[-5, 5] \times [-15, 5]$);
- assinale o ponto de interseção pedido;
- indique as coordenadas desse ponto com três casas decimais.

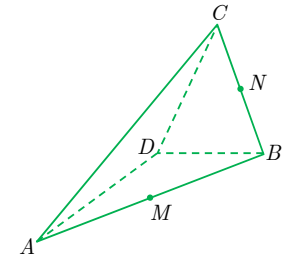
4. Resolva o item 4.1. ou o item 4.2.

4.1. Na figura está representado o tetraedro $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- M é o ponto médio do segmento $[AB]$;
- N é o ponto médio do segmento $[BC]$.

Prove que \overline{AC} e \overline{MN} são vetores colineares.



4.2. Considere os conjuntos $A = \{1, 6, 9\}$ e $B = \{3, 4\}$ e a função sobrejetiva f , cujo gráfico de A em B é o conjunto $G_f = \{(1, 3), (6, a), (9, b^2 - 1)\}$, sendo a e b números reais.

Sabe-se que:

- $a \neq 3$;
- b é um número irracional positivo.

Determine a e b .

FIM



COTAÇÕES

Grupo I (40 pontos)	Cada resposta certa: 8	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
-------------------------------	------------------------	---------------------------------------------------

Grupo II (160 pontos)	117	239	387	417
		2.117	3.112	
		2.222	3.217	
			3.3.112	
			3.3.217	
		3.417		
		3.512		