

### 3.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 7

2.º Período

07/02/18

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

VERSÃO 1

#### Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

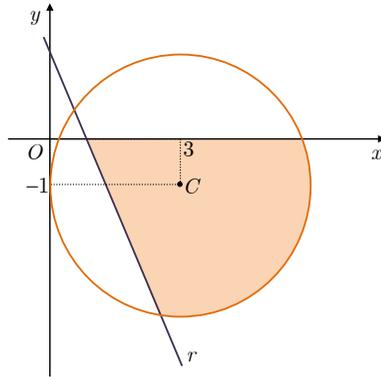
Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Considere, no referencial o.n.  $xOy$  da figura:

- a circunferência de centro no ponto  $C(3,-1)$  e tangente ao eixo  $Oy$ ;
- a reta  $r$  de equação  $y = 2 - \frac{5}{2}x$ .

1.1. Qual das seguintes representa uma condição da zona colorida (incluindo a fronteira)?

- (A)  $(x-3)^2 + (y+1)^2 \leq 9 \wedge y \leq 0 \wedge y \leq 2 - \frac{5}{2}x$
- (B)  $(x-3)^2 + (y+1)^2 \leq 9 \wedge x \leq 0 \wedge y \leq 2 - \frac{5}{2}x$
- (C)  $(x-3)^2 + (y+1)^2 \leq 9 \wedge y \leq 0 \wedge y \geq 2 - \frac{5}{2}x$
- (D)  $(x-3)^2 + (y+1)^2 \leq 9 \wedge x \leq 0 \wedge y \geq 2 - \frac{5}{2}x$



1.2. Qual das seguintes representa uma equação vetorial da reta  $r$ ?

- (A)  $(x, y) = (2, 0) + k(-4, 10), k \in \mathbb{R}$
- (B)  $(x, y) = (0, 2) + k(-4, 10), k \in \mathbb{R}$
- (C)  $(x, y) = (0, 2) + k(5, -2), k \in \mathbb{R}$
- (D)  $(x, y) = (2, 0) + k(5, -2), k \in \mathbb{R}$

2. O triângulo  $[ADJ]$  da figura é isósceles e está dividido em vários triângulos geometricamente iguais e semelhantes ao primeiro.

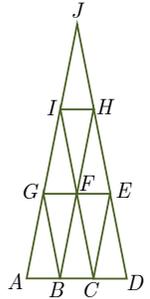
Considere as proposições seguintes.

$$p : \overline{GF} + \overline{BH} = 2\overline{CE}$$

$$q : G + \overline{AC} - \overline{HD} = J$$

Qual é a proposição verdadeira?

- (A)  $q \Rightarrow p$  (B)  $p \vee q$
- (C)  $\sim (p \vee q)$  (D)  $p \wedge q$



3. Num plano munido de um referencial o.n.  $xOy$ , considere os vetores  $\vec{a}(5, k)$  e  $\vec{b}(-3, 2)$ ,  $k \in \mathbb{R}$ . Sabendo que  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  são colineares, qual é o valor de  $k$ ?

- (A)  $-\frac{2}{3}$  (B)  $-\frac{10}{3}$  (C)  $\frac{3}{5}$  (D)  $\frac{6}{5}$

4. Num plano munido de um referencial o.n.  $Oxyz$ , considere:

- a esfera definida pela inequação  $(x+2)^2 + (y-5)^2 + z^2 \leq 35$ ;
- o plano  $\alpha$  de equação  $x = 3$ .

A interseção da esfera com o plano  $\alpha$  é:

- (A) o círculo de centro  $(3, 5, 0)$  e raio  $\sqrt{10}$ ;
- (B) o círculo de centro  $(-2, 5, 0)$  e raio  $\sqrt{35}$ ;
- (C) a circunferência de centro  $(3, 5, 0)$  e raio  $\sqrt{10}$ ;
- (D) a circunferência de centro  $(-2, 5, 0)$  e raio  $\sqrt{35}$ .

**Grupo II**

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

**Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere, num plano munido de um referencial o.n.  $xOy$ , a reta  $r$  definida por

$$\begin{cases} x = 1 + 3k \\ y = -6 - 8k \end{cases}, k \in \mathbb{R};$$

1.1. Escreva uma equação vetorial da reta  $r$ .

1.2. Sabe-se que um ponto  $A$ , de ordenada  $-3$ , pertence a  $r$ .  
Determine a abcissa de  $A$ .

1.3. Escreva a equação reduzida da reta  $s$ , paralela à reta  $r$  e que passa no ponto  $B(9,1)$ .

2. Dado, num plano munido de um referencial o.n.  $xOy$ , o vetor  $\vec{v}(5,2)$ , determine as coordenadas de um vetor  $\vec{u}$ , de norma  $\sqrt{58}$ , com a mesma direção e sentido contrário ao de  $\vec{v}$ .

3. Na figura está representado, em referencial o.n.  $Oxyz$ , o prisma quadrangular  $[ABCDEFGH]$ .

Sabe-se que:

- as bases  $[DCGH]$  e  $[ABFE]$  são paralelas ao plano  $xOy$ ;

- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(3,0,4)$ ;

- o ponto  $G$  tem abcissa  $-3$  e cota  $-2$ .

3.1. Sabendo que  $\overline{DG} = 2\sqrt{10}$ , mostre que a ordenada do ponto  $G$  é 2.

3.2. Determine uma condição cartesiana reduzida:

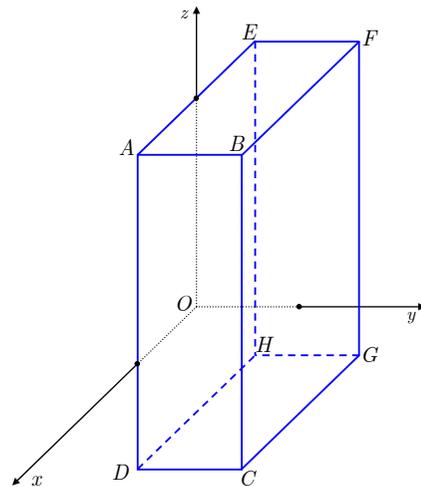
3.2.1. da reta  $EH$ ;

3.2.2. da superfície esférica de centro no ponto  $F$  e que passa no ponto  $D$ ;

3.2.3. do plano medidor do segmento de reta  $[AF]$ .

3.3. Para um certo valor de  $k$ , existe um plano de equação  $y = k$  de tal modo que, ao intersecá-lo com o prisma  $[ABCDEFGH]$ , este fica dividido em dois prismas quadrangulares, sendo um deles o prisma  $[ADHEPQRS]$ .

Sabendo que o volume deste prisma é 52 unidades cúbicas, determine  $k$ .



4. Resolva o item 4.1. ou o item 4.2.

4.1. Considere a seguinte propriedade:

Se uma reta  $r$  de declive  $m \neq 0$  é perpendicular a outra reta  $s$ , então o declive de  $s$  é  $-\frac{1}{m}$ .

No referencial o.n.  $xOy$  da figura, tem-se:

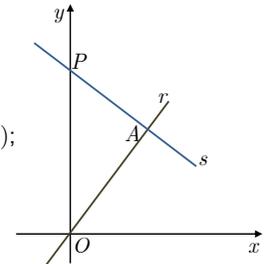
- a reta  $r$  definida pela equação  $y = \frac{4}{3}x$ ;

- a reta  $s$ , perpendicular à reta  $r$ ;

- o ponto  $A$ , interseção de ambas as retas, de coordenadas  $(3,4)$ ;

- o ponto  $P$ , pertencente à reta  $s$  e ao eixo  $Oy$ .

Determine as coordenadas do ponto  $P$ .



4.2. Num plano munido de um referencial o.n.  $Oxyz$ , considere a superfície esférica definida pela equação  $x^2 + (y-k)^2 + z^2 = 4k^2$ , com  $k > 0$ .

Sabe-se que  $y = 12$  é a equação de um plano tangente à superfície esférica.

Determine  $k$ .

FIM

**COTAÇÕES**

Grupo I (40 pontos)	Cada resposta certa: 8	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0		
Grupo II (160 pontos)	1.....46	2.....22	3.....75	4.....17
	1.1.....12		3.1.....17	
	1.2.....17		3.2.1.....12	
	1.3.....17		3.2.2.....17	
			3.2.3.....17	
			3.3.....12	