

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 7

1.º Período

29/11/17

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Considere as seguintes proposições.

c : «O Anatólio sai de casa.»

t : «O Anatólio fala ao telemóvel.»

a : «O Anatólio conduz o automóvel.»

p : «Depois de sair de casa, o Anatólio fala ao telemóvel ou conduz o automóvel.»

Qual das seguintes é uma proposição equivalente a p ?

- (A) $\sim t \vee \sim a \Rightarrow c$ (B) $c \Leftrightarrow \sim (t \wedge a)$ (C) $c \Rightarrow t \wedge a$ (D) $c \Rightarrow (\sim t \Rightarrow a)$

2. A altura de um cilindro é $\frac{1}{\pi}$ e o raio da sua base é $\sqrt[5]{8}$, ambos em metros.

Qual é, em m^3 , o seu volume?

- (A) $2^{\frac{5}{6}}$ (B) $2^{\frac{6}{5}}$ (C) $8^{\frac{\pi}{5}}$ (D) $8^{\frac{5}{\pi}}$

3. Considere, num plano munido de um referencial o.n. xOy , a circunferência de equação

$$\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + (y + 2)^2 = \sqrt[10]{81}, \text{ sendo } C \text{ o centro da circunferência e } M \text{ o ponto médio de } [OC].$$

Quais são, respetivamente, as coordenadas de M e o raio da circunferência?

- (A) $\left(\frac{5}{8}, -1\right)$ e $\sqrt[4]{9}$ (B) $\left(-\frac{5}{8}, 1\right)$ e $\sqrt[4]{9}$ (C) $\left(\frac{5}{8}, -1\right)$ e $\sqrt[3]{3}$ (D) $\left(-\frac{5}{8}, 1\right)$ e $\sqrt[3]{3}$

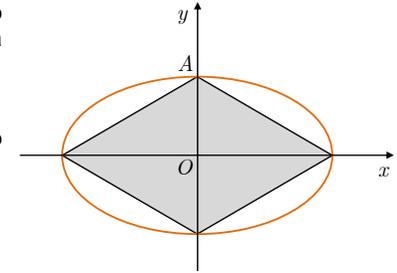
4. No referencial o.n. xOy da figura está representado um losango inscrito numa elipse, ambos centrados na origem.

Sabe-se que:

- o ponto $A(0,1)$ é um vértice da elipse e do losango e pertence ao semieixo positivo Oy ;
- o perímetro do losango é 8.

Qual é a equação reduzida da elipse?

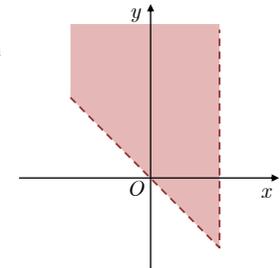
- (A) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ (B) $x^2 + \frac{y^2}{3} = 1$
(C) $\frac{x^2}{8} + y^2 = 1$ (D) $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$



5. Considere o domínio plano no referencial o.n. xOy da figura.

Das condições a seguir representadas, qual pode definir a zona colorida?

- (A) $y > x \wedge x < 3$
(B) $y > -x \wedge x < 3$
(C) $-x < y < 3$
(D) $3 < y < x$



Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere o conjunto de números reais $A = \{x \in \mathbb{R} : 2\sqrt{3} - 2x \leq \sqrt{300}\}$.

1.1. Sem usar a calculadora, mostre que $A = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -4\sqrt{3}\}$.

1.2. Dado o conjunto $B =]-10, 2[$, defina, sob a forma de intervalo ou união de intervalo de números reais, o conjunto $A \cap B$.

2. Sem usar a calculadora, escreva na forma $l\sqrt[n]{n}$, com $l, m, n \in \mathbb{N}$, os seguintes números:

2.1. $2(\sqrt[3]{56} - \sqrt[3]{189})$

2.2. $\frac{5^{\frac{1}{4}} \times 9^{\frac{1}{10}}}{\sqrt[10]{25}}$

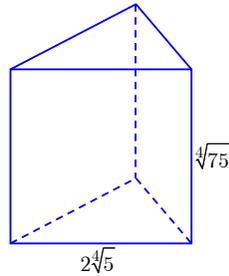
3. Considere o prisma triangular regular da figura do lado.

Tal como essa figura indica:

- a aresta da base mede $2\sqrt[4]{5}$ cm;
- a altura do prisma mede $\sqrt[4]{75}$ cm.

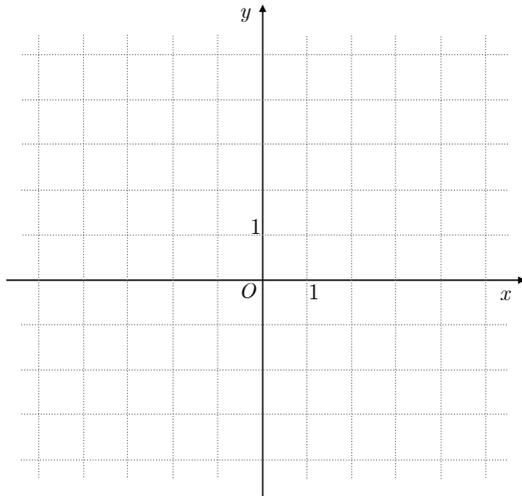
Sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos), determine o volume do prisma (em centímetros cúbicos).

Apresente o resultado na forma $p \times q^r$, sendo p e q números primos e r um número racional.



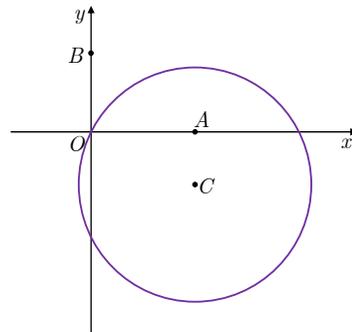
4. Represente, no referencial o.n. xOy a seguir, o conjunto definido pela condição seguinte.

$$x^2 + (y+1)^2 \leq 9 \wedge \left[y \geq 1 \vee y \leq \frac{x}{4} - 2 \right]$$



5. Considere, no referencial o.n. xOy da figura:

- o ponto A do eixo Ox e de abscissa 4;
- o ponto B do eixo Oy e de ordenada 3;
- o ponto C de coordenadas $(4, -2)$;
- a circunferência de centro C e que passa na origem do referencial.



5.1. Determine uma equação cartesiana reduzida da:

- 5.1.1. circunferência da figura;
- 5.1.2. mediatriz do segmento de reta $[BC]$;
- 5.1.3. elipse de centro na origem do referencial, com um dos focos no ponto A e que passa no ponto B .

5.2. Considere agora a circunferência de equação $x^2 + y^2 + 2x - 9y + 18 = 0$, com centro num ponto D .

Seja P um ponto dessa circunferência. Sabendo que P tem a mesma ordenada de D e abcissa superior, determine as suas coordenadas.

6. Resolva o item 6.1. ou o item 6.2.

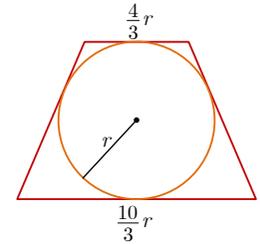
6.1. Considere, na figura ao lado, uma circunferência de raio r inscrita num trapézio isósceles.

Tal como é indicado:

- a base menor do trapézio mede $\frac{4}{3}r$;
- a base maior do trapézio mede $\frac{10}{3}r$.

Seja A a área do trapézio.

Mostre que $r = \frac{(42A)^{\frac{1}{2}}}{14}$.



6.2. Num plano munido de um referencial cartesiano, considere a elipse de equação $49x^2 + 25y^2 = 1225$.

Sendo c a semidistância focal, determine, sem usar a calculadora, $\frac{10}{2+c}$.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (40 pontos)	Cada resposta certa: 8		Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0			
Grupo II (160 pontos)	1.....25	2.....30	3.....19	4.....19	5.....52	6.....15
	1.1.....15	2.1.....15			5.1.1.....12	
	1.2.....10	2.2.....15			5.1.2.....15	
					5.1.3.....10	
					5.2.....15	