www.esffranco.edu.pt
(2017/2018)

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 7

1.º Período | 25/10/17 | Duração: 90 minutos

Nome: | N.º:

Classificação: , | O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:
- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Considere as proposições:

f: «Fevereiro é um mês que tem pelo menos 28 dias.»

d: «2017 é um ano bissexto.»

Qual das seguintes é uma proposição falsa?

(A) $f \Rightarrow d$ **(B)** $\sim f \Leftrightarrow d$ **(C)** $f \vee d$ **(D)** $f \wedge \sim d$

2. Considere, em $\mathbb{Z}$, as seguintes condições:

$p(x): x^3 = -8$ $q(x): x^2 + 4 = 0$ $r(x): x(x^2 - 2) = 0$ $s(x): |x| \geq 0$

São possíveis e não universais as condições:

(A) $p(x)$ e $q(x)$; **(B)** $q(x)$ e $s(x)$; **(C)** $p(x)$ e $r(x)$; **(D)** $r(x)$ e $s(x)$.

3. Dado o conjunto $F = \{1,2,3,5,8,13,21\}$, considere os seguintes conjuntos:

$A = \{x \in F : x$ é divisor de $8\}$

$B = \{x \in F : x$ é primo$\}$

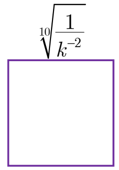
Indique o conjunto $\overline{A \cup B}$.

(A) $\{2,8\}$ **(B)** $\{5,21\}$ **(C)** $\{21\}$ **(D)** $\{1\}$

4. Dado $a \in \mathbb{R}^+$, pode-se concluir que $\sqrt[6]{a^5} \times \sqrt[8]{a^3}$ é igual a:

(A) $\sqrt[16]{a^5}$ **(B)** $\sqrt[7]{a^4}$ **(C)** $a\sqrt[48]{a^5}$ **(D)** $a\sqrt[24]{a^5}$

5. O lado do quadrado do lado mede $\sqrt[10]{\dfrac{1}{k^{-2}}}$ decímetros, $k \in \mathbb{R}^+$.



Qual é, em decímetros quadrados, a sua área?

(A) $\sqrt[5]{k^4}$ **(B)** $\sqrt[5]{k^2}$ **(C)** $\sqrt[10]{k}$ **(D)** $\sqrt[10]{k^2}$

Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere as seguintes proposições:

a: «O Torcato pretende comprar um automóvel.»

b: «O Torcato tem dinheiro para comprar um automóvel.»

c: «O automóvel que o Torcato quer já foi vendido.»

1.1. Considere agora a proposição seguinte:

«O Torcato não pretende comprar um automóvel ou esse automóvel já foi vendido.»

Traduza, para linguagem simbólica, a proposição dada:

1.1.1. sem usar o símbolo de implicação;

1.1.2. usando o símbolo de implicação.

1.2. Escreva, em linguagem natural, o contrarrecíproco da proposição $a \Rightarrow b$.

1.3. Sabe-se que as proposições a, b e c são verdadeiras.

Considere a seguinte proposição:

«O automóvel que o Torcato quer não foi vendido pois ele pretende comprar um automóvel e tem dinheiro para isso.»

Traduza, para linguagem simbólica, essa proposição e indique, justificando, o seu valor lógico.

2. Considere duas proposições quaisquer p e q. Mostre que:

2.1. $p \wedge (\sim q \Rightarrow p)$ é equivalente a p usando uma tabela de verdade;

2.2. $[\sim p \wedge (q \Rightarrow p)] \wedge [q \vee (p \vee \sim q)]$ é equivalente a $\sim (p \vee q)$, sem usar uma tabela de verdade.

3. Considere a seguinte proposição:

$\forall x \in \mathbb{R}, x^4 = 16 \Rightarrow x = 2$

3.1. Justifique que essa proposição é falsa.

3.2. Utilizando as segundas leis de De Morgan e sem utilizar o símbolo ~, escreva, em linguagem simbólica, a negação da proposição dada.

4. Considere os seguintes conjuntos de números reais.

$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{8x}{5} + 1 < 0 \right\}$ e $B = [-2, +\infty[$

Defina, sob a forma de intervalo ou união de intervalo de números reais, o conjunto $B \setminus \overline{A}$.

5. Sem usar a calculadora, calcule, com denominador racional e o mais simplificadamente possível:

5.1. o lado do quadrado de área igual a $\frac{9}{8}$ centímetros quadrados;

5.2. a largura do retângulo de área igual a 8 centímetros quadrados e comprimento $2 + \sqrt{3}$ centímetros;

5.3. o raio do círculo de área igual a $\frac{16\pi}{\sqrt[3]{2}}$ centímetros quadrados.

6. Resolva o <u>item **6.1.** ou o item **6.2.**</u>.

6.1. Considere, em $\mathbb{R}$, a condição $p(x) : x^2 + 1 = 0$ e uma condição qualquer $q(x)$.
Prove que a condição $q(x) \wedge p(x)$ é impossível em $\mathbb{R}$.

6.2. Dado $a < -3$, prove que $a^{2n} > 9^n$.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (40 pontos)	Cada resposta certa: 8	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0

Grupo II (160 pontos)	1..............38 1.1.1....7 1.1.2....7 1.2......12 1.3......12	2..............30 2.1......15 2.2......15	3..............24 3.1......12 3.2......12	4..............15	5..............42 5.1......12 5.2......15 5.3......15	6..............11