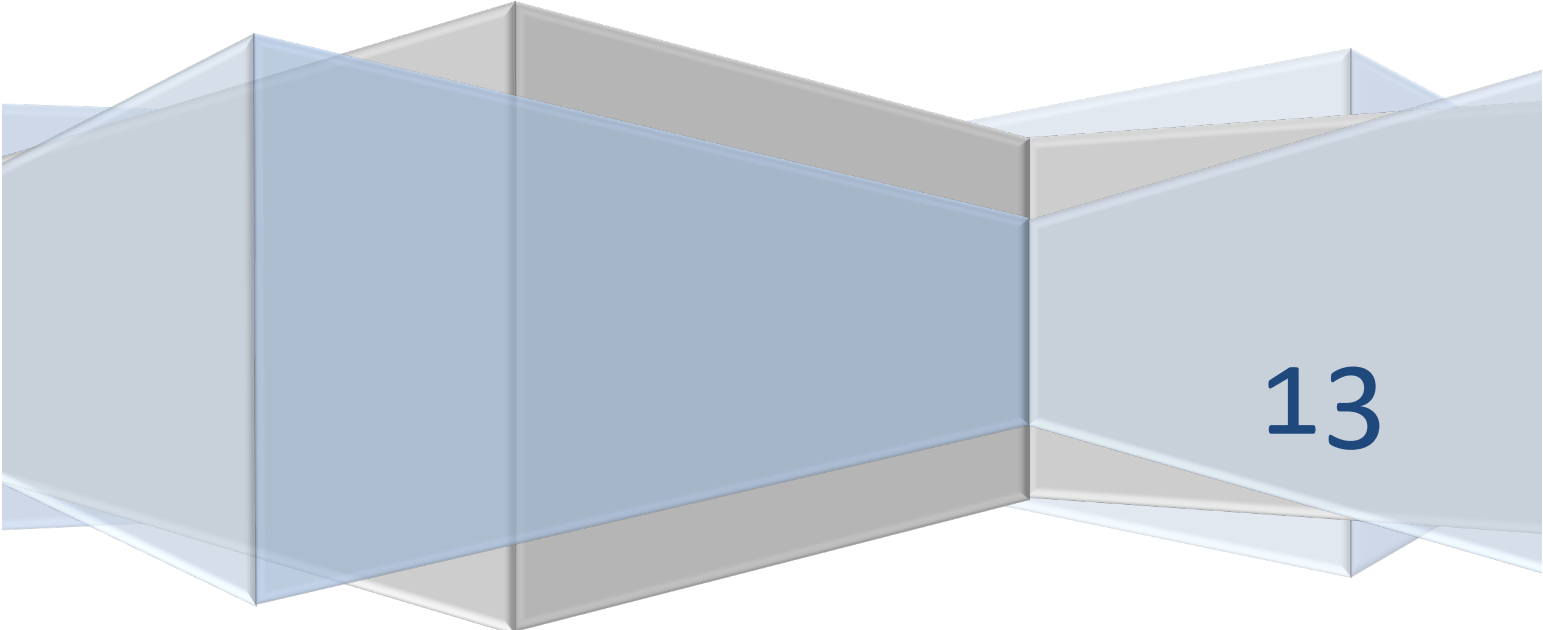


Optimização

Trabalho de grupo para a avaliação contínua

Carolina Nunes;Inês Palhoto;Ricardo Ribeiro



13

Parte I

Problema 1

$$\frac{dM}{dt} = 0,02M \rightarrow \frac{dM}{0,02M} = dt \rightarrow \frac{1}{0,02M} dM = 1 dt$$

1. Esta é uma equação de variáveis separáveis, por isso agora vamos calcular a primitiva de cada um dos membros da equação, do primeiro e do segundo:

$$P\left(\frac{1}{0,02M}\right) dM = P(1)dt \rightarrow \frac{1}{0,02M} P\left(\frac{1}{M}\right) = t + C$$

$$P\frac{1}{0,02M} = P1 \rightarrow \frac{1}{0,02} P M = t + C \rightarrow \frac{1}{0,02} \ln|M| = t + C$$

$$\text{Tendo assim: } \ln 40 \ln|M| = t + C$$

2. Para obtermos o valor de C, substituímos pelos valor de M no momento inicial com $M(0) = 5000$, temos então:

$$M(0) = 5000 \rightarrow \frac{1}{0,02} \ln|5000| = 0 + C \rightarrow C = 50 \ln|5000| \rightarrow C = 425,8596596$$

3. Já temos os dados necessários para descobrir o montante do depósito em $t = 10$, este é dado por:

$$t = 10 \rightarrow M = e^{0,02\left(10 + \frac{\ln 5000}{0,02}\right)} \rightarrow M = e^{0,02*10} * e^{0,02*\frac{\ln 5000}{0,02}} \rightarrow M = e^{0,2} * 5000 \rightarrow M \cong 6107,013791$$

Problema 2

Nova formulação

$$\frac{dM}{dt} = 0,02M - 500 \rightarrow M' = 0,02M - 500 \rightarrow M' - 0,02M = -500$$

1. Esta é uma EDO de 1ª ordem, por isso agora vamos calcular o integral desta equação:

$$\begin{aligned} A(x) &= -0,02 \\ B(x) &= -500 \end{aligned}$$

$$\text{Calculo Aux.: } \int 0,02 = 0,02t$$

$$\begin{aligned} M &= e^{-\int -0,02} \int \frac{-500}{e^{-\int -0,02}} + ce^{-\int -0,02} \rightarrow M = e^{0,02t} \int \frac{-500}{e^{0,02t}} + ce^{0,02t} \rightarrow M = e^{0,02t} * \\ &-500 \int \frac{1}{e^{0,02t}} + ce^{0,02t} \rightarrow M = e^{0,02t} \frac{-500}{-0,02} e^{-0,02t} + ce^{0,02t} \rightarrow M = 25000 + ce^{0,02t} \end{aligned}$$

2. Como os resultados do problema 1 (com $M(10) = 6107,013791$ e $t=10$), vamos agora fazer substituições para calcular o valor de C:

$$6107,013791 = 25000 + ce^{0,02*10} \rightarrow c = -18892,92629$$

3. Queremos agora saber o valor de t para $M(t)=0$, como já temos o valor de C = -18892,92629 basta substituir:

$$0 = 25000 - 18892,92629 * e^{0,02t} \rightarrow e^{0,02t} = 1,32324 \rightarrow t \cong 14,004$$

Aproximadamente, 14 anos.

Parte II

A)

Formulação do Problema

i = Mês de Produção

j = Mês de Venda

90€ = 0,09 Milhares de euros

Função objectivo Min Custos = $6,6x_{11} + 6,69x_{12} + 6,78x_{13} + 6,87x_{14}$

$+ Mx_{21} + 6,7x_{22} + 6,79x_{23} + 6,88x_{24}$

$+ Mx_{31} + Mx_{32} + 6,6x_{33} + 6,69x_{34}$

$+ Mx_{41} + Mx_{42} + Mx_{43} + 6,9x_{44}$

Restrições:

S.A:

$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 350$ (Produção mês 1)

$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 400$ (Produção mês 2)

$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 570$ (Produção mês 3)

$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 300$ (Produção mês 4)

$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 290$ (Procura estimada mês 1)

$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 380$ (Procura estimada mês 2)

$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 520$ (Procura estimada mês 3)

$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 430$ (Procura estimada mês 4)

$x_{ij} \geq 0, \text{Inteiros}$

$i = 1, 2, 3, 4$

$j = 1, 2, 3, 4$

	1		2		3		4		Ai	Ui
1	6,6	x ₁₁	6,69	x ₁₂	6,78	x ₁₃	6,87	x ₁₄	350	U1
2	M	x ₂₁	6,7	x ₂₂	6,79	x ₂₃	6,88	x ₂₄	400	U2
3	M	x ₃₁	M	x ₃₂	6,6	x ₃₃	6,69	x ₃₄	570	U3
4	M	x ₄₁	M	x ₄₂	M	x ₄₃	6,9	x ₄₄	300	U4
Bj	290		380		520		430		1620	-
Vj	V1		V2		V3		V4		-	-

B)

Input do Solver

#	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	
1																				
2	Variáveis de decisão																			
3		x11	x12	x13	x14	x21	x22	x23	x24	x31	x32	x33	x34	x41	x42	x43	x44			
4		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
5																				
6	Coefficientes das variáveis																	Função objectivo		
7		6,6	6,69	6,78	6,87	300	6,7	6,79	6,88	300	300	6,6	6,69	300	300	300	6,9		0	
8																				
9	Coefficientes das restrições																			
10		x11	x12	x13	x14	x21	x22	x23	x24	x31	x32	x33	x34	x41	x42	x43	x44	Lado Esq	Sinal	Lado Dir.
11		1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	=	350
12		0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	=	400
13		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	=	570
14		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	=	300
15		1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	=	290
16		0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	=	380
17		0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	=	520
18		0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	=	430

Parâmetros do Solver

Parâmetros do Solver

Definir Objectivo:

Para: ☐ Máximo ☒ Mínimo ☐ Valor de:

Alterando as Células de Variável:

Sujeito às Restrições:

- \$A\$4:\$P\$4 >= 0
- \$Q\$11 = \$S\$11
- \$Q\$12 = \$S\$12
- \$Q\$13 = \$S\$13
- \$Q\$14 = \$S\$14
- \$Q\$15 = \$S\$15
- \$Q\$16 = \$S\$16
- \$Q\$17 = \$S\$17
- \$Q\$18 = \$S\$18

☒ Torgnar Não Negativas Variáveis Não Constrangidas

Selec. Método Resolução:

Método de Resolução

Selecione o motor GRG Não Linear para problemas não lineares uniformes do Solver. Selecione o motor LP Simplex para problemas lineares do Solver, e selecione o motor Evolutionary para problemas não uniformes do Solver.

Output do Solver

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1																			
2	Variáveis de decisão																		
3		x11	x12	x13	x14	x21	x22	x23	x24	x31	x32	x33	x34	x41	x42	x43	x44		
4		290	0	60	0	0	380	0	20	0	0	460	110	0	0	0	300		
5																			
6	Coefficientes das variáveis																	Função objectivo	
7		6,6	6,69	6,78	6,87	300	6,7	6,79	6,88	300	300	6,6	6,69	300	300	300	6,9		10846,3
8																			
9	Coefficientes das restrições																		
10		x11	x12	x13	x14	x21	x22	x23	x24	x31	x32	x33	x34	x41	x42	x43	x44	Lado Esq.	Sinal
11		1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	250	=
12		0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	400	=
13		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	570	=
14		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	300	=
15		1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	290	=
16		0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	380	=
17		0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	520	=
18		0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	430	=

c)

O resultado obtido na alínea anterior significa que assim podemos encontrar o custo mínimo de produção e armazenamento de componentes eléctricas com este resultado, e para isso deve-se adequar à produção de cada mês.

Através do problema resolvido através do Excel pelo Solver, é possível saber o número de componentes que podem ser produzidas para cada mês do ano, para que, assim, seja possível minimizar o total de custos de produção e de armazenamento. Observamos que a empresa devia produzir sempre a capacidade máxima todos os meses, depois vai é adequar a quantidade que vende e o mês a que as vende. Assim, foi encontrada a solução óptima para o problema em causa, sendo aquela que mais se adequa. Esta solução apresentada é a solução óptima que permite obter o mínimo de custos de produção e armazenamento de componentes electrónicas para a indústria de automóveis pela empresa ElectroCar.

Com os valores obtidos no solver podemos concluir a seguinte análise:

- No mês 1, a empresa deve produzir 350 componentes, sendo que as quantidades produzidas serão vendidas no mês 1 (290) e no mês 3 (60);
- No mês 2, a empresa deve produzir 400 componentes, sendo que 380 serão vendidas no mês 2 e 20 componentes no mês 4;
- No mês 3, a empresa deve produzir 570 componentes, sendo 460 vendidas no mês 3 e as outras 110 componentes no mês 4;
- No mês 4, a empresa deveria produzir 300 componentes, sendo todas vendidas nesse mesmo mês.

Verificamos com estes resultados, que a empresa deverá produzir número de componentes por mês sempre de acordo com a capacidade máxima de produção de cada mês.

Com o resultado obtido pelo solver podemos dizer que o valor de custos mínimos de produção e armazenamento das componentes é de 10.846.300€.

Obtemos também que a solução óptima é obtida com:

$x_{11} = 290$	$x_{21} = 0$	$x_{31} = 0$	$x_{41} = 0$
$x_{12} = 0$	$x_{22} = 380$	$x_{32} = 0$	$x_{42} = 0$
$x_{13} = 60$	$x_{23} = 0$	$x_{33} = 460$	$x_{43} = 0$
$x_{14} = 0$	$x_{24} = 20$	$x_{34} = 110$	$x_{44} = 300$

Pelo solver obtemos 3 relatórios, de resposta, de sensibilidade e de limites. Nestes relatórios estão implícitos os preços sombra, os valores das restrições, os coeficientes e outros valores complementares, que serão anexados ao trabalho.