

**ISCTE – Instituto Superior de Ciências do Trabalho e da Empresa**

**Optimização – Licenciaturas em Gestão, Marketing, GEI e Finanças e Contabilidade  
Matemática II – Licenciatura em Economia**

1º Teste – 22 de Abril de 2009

Duração: 1h30 + 15m

**Nota: Só é permitida a consulta do formulário.**

NOME: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ Número de Aluno: \_\_\_\_\_

Cotação:

**QUESTÃO 1**  
[4 valores]

Para a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{x^2+y^2} & , (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & , (x, y) = (0,0) \end{cases} ,$$

(2.0 val.) a) calcule  $\frac{\partial f}{\partial x}$  no ponto (0,0);

(2.0 val.) b) verifique se a função é diferenciável no ponto (0,0).

**Espaço de Resposta à Questão 1**

---

NOME: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ Número de Aluno: \_\_\_\_\_

NOME: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ Número de Aluno: \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 2**

[5 valores]

Seja a função  $f(x, y) = x \cdot g\left(\frac{y}{x}\right)$ , em que  $g(\cdot)$  é uma função diferenciável.

(3.0 val.) a) Mostre que  $x \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{(x,y)} + y \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{(x,y)} = f(x, y)$ ;

(2.0 val.) b) Calcule  $\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_{(x,y)}$ .

**Espaço de Resposta à Questão 2**

---

NOME: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ Número de Aluno: \_\_\_\_\_

NOME: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ Número de Aluno: \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 3**

[2 valores]

Mostre que para valores próximos do ponto  $(0,0)$  tem-se  $\text{sen}(x + y) \approx x + y$ .

**Espaço de Resposta à Questão 3**

---

NOME: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ Número de Aluno: \_\_\_\_\_

Cotação:

**QUESTÃO 4**

[5 valores]

Para a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\log[1+x^2+(y-1)^2]} & , y \geq 0 \\ \sqrt{y+5x+5} + \sqrt{-x} & , y < 0 \end{cases}$$

- (3.0 val.) a) Determine o domínio da função  $f(x, y)$  e represente-o graficamente;  
(2.0 val.) b) Verifique se a função  $f(x, y)$  é prolong vel por continuidade ao ponto (0,1).  
Em caso afirmativo, indique a nova função.

**Espaço de Resposta   Questão 4**

---

NOME: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ Número de Aluno: \_\_\_\_\_

NOME: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ Número de Aluno: \_\_\_\_\_

Cotação:

**QUESTÃO 5**

[4 valores]

Seja a série de potências de  $x$  definida por  $\sum_{n \geq 1} \frac{2^{n+1}x^n}{n(n+1)(n+2)}$ .

- (2.0 val.) a) Estude a natureza da série de potências em função do valor de  $x$  real.  
(2.0 val.) b) Calcule a soma da série para  $x = 1/2$ .

**Espaço de Resposta à Questão 5**

---

NOME: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ Número de Aluno: \_\_\_\_\_

NOME: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_ Número de Aluno: \_\_\_\_\_

### **FORMULÁRIO**

#### Regras de derivação

$$(uv)' = u'v + uv' \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (\ln u)' = \frac{u'}{u} \quad (u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$$
$$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} \quad (\sin u)' = u' \cos u \quad (\cos u)' = -u' \sin u$$

#### Operaç es com m dulos

$$|x \cdot y| = |x| \cdot |y| \quad \left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|} \quad |x \pm y| \leq |x| + |y|$$
$$|x| \leq \sqrt{x^2 + y^2} \quad |y| \leq \sqrt{x^2 + y^2}$$

### **RASCUNHO**