Optimização

Exame: 2ª Época

1º Ano

2010 / 2011

20-06-2011

Duração: 2h 30m

Licenciaturas da Escola de Gestão

-
- Justifique todas as respostas.
 - Não podem ser utilizadas máquinas de calcular.
 - Durante a prova, devem manter-se desligados os telemóveis.
 - Não se tiram dúvidas durante a prova.
 - Não destaque nenhuma folha do caderno de provas.
 - Apresente todas as justificações necessárias.
-

1. Calcule a Primitiva das seguintes funções:

a) $[1,0] P 2xe^x$

b) $[1,0] P \frac{6x}{(x+1)(x^2-4)}$

2. [1,0] Calcule o valor do integral $\int_9^{25} \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} dx$.

3. [1,0] Determine a área delimitada pelas seguintes curvas:

$$y \leq e^x, \quad y \geq e^{-x} \quad e \quad x \leq 1.$$

4. Considere a seguinte equação diferencial:

$$y' = \frac{x}{y} - xy$$

- a) [1,0] Determine o integral geral da equação.
- b) [0,5] Determine a solução particular sujeita à condição de $y(0) = 0$.

5. Ache a soma das seguintes séries, caso exista:

a) $[1,0] \quad \sum_{n \geq 1} \left(\frac{15}{4^n} - \frac{3^{n+1}}{4^n} \right)$

b) $[1,0] \quad \sum_{n \geq 8} \left((n+1)^2 - 4 \right)$

6.[2,0] Determine, caso existam, os extremos livres da função real de duas variáveis reais

$$f(x, y) = x^2 + y^3 - 2xy.$$

7. Considere o seguinte problema de Programação Linear

Max $Z = 50x_1 + 30x_2 + 40x_3$

s. a. $x_1 + x_2 + x_3 \leq 100$

$x_1 = x_2 - x_3 + 20$

$x_3 \geq 10$

E, $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

- a) [0,5] Escreva o primeiro quadro de Simplex.
 b) [1,0] Após a execução de algumas iterações, obteve-se o seguinte quadro Simplex. Verifique se a solução é ótima. Caso não seja, determine-a.

	x_1	x_2	x_3	s_1	t_3	u_2	u_3	
	0	2	0	1	0	-1	0	80
	1	-1	0	0	1	1	-1	10
	0	0	1	0	-1	0	1	10
Z	0	-80	0	0	10	50+M	-10+M	900

- c) [1,0] Formule o dual e indique a solução ótima.

8. Considere o seguinte problema linear

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & Z = 10x_1 + 21x_2 + 20x_3 \\ \text{s.a.} \quad & x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 100 \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 80 \\ & x_1 \geq 15 \\ \text{E,} \quad & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Usando o Solver obtiveram-se os seguintes resultados:

Célula de destino (Máx)

Célula	Nome	Valor original	Valor final
Z		0	1200

Células ajustáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo	Objectivo Coeficiente	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
\$B\$2	x1	15	0	10	32	1E+30
\$C\$2	x2	50	0	21	1E+30	1
\$D\$2	x3	0	-1	20	1	1E+30

Restrições

Célula	Nome	Final Valor	Sombra Preço	Restrição Lado direito	Permissível Aumentar	Permissível Diminuir
\$E\$4		65	0	100	1E+30	35
\$E\$5		80	21	80	35	50
\$E\$6		15	-32	15	25	15

- [0,5] Indique a solução óptima (incluindo o valor das variáveis de folga e de excesso) e o valor óptimo.
- [0,5] Indique, justificando, quais as variáveis básicas e as não-básicas.

9. A empresa M&M vende três produtos, P1, P2, P3 nas quantidades semanais de 15 unidades de P1, 50 de P2 e 25 de P3. Qualquer desses produtos pode ser fornecido por 4 fábricas F1, F2, F3 e F4, cujas capacidades de produção são, respectivamente, 10, 20, 30 e 30 (independente do tipo de produto). Os custos unitários de produção de cada um dos produtos são dados pelo quadro seguinte:

	F1	F2	F3	F4
P1	6	4	5	4
P2	7	6	7	3
P3	8	7	6	9

Pretende-se um programa otimizado de fornecimento dos referidos produtos.

- a) [1,0] Formule este problema como um Problema de Transporte.
- b) [1,0] Encontre uma solução inicial para o problema.
- c) [1,0] Avalie se a solução inicial é ótima. Caso não seja, proceda a uma iteração de otimização indicando qual a variável a entrar e, a variável a sair.

10. Considere o jogo de soma nula com dois jogadores e a seguinte tabela de *pay-off*:

3	2	4
2	8	6

- [1,0] Mostre que o jogo não está em equilíbrio.
- [1,0] Averigúe se existem estratégias dominadas para cada um dos jogadores.
- [1,0] Formalize o jogo como um programa linear para o jogador A e para o jogador B.
- [1,0] Resolva o jogo graficamente para o jogador B, indicando o seu valor e a combinação de estratégias.