

**Optimização/Matemática II (Eco)**

Exame: Época Especial

1.º Ano

2013 / 2014

Licenciaturas em Gestão, Finanças e Contabilidade,  
Gestão do Marketing e Economia

14-07-2014

***Duração: 2h 30 m***

Nome: ..... Número: .....  
Curso: ..... Turma: .....  
Nome do docente: .....

Nota:

- Não é permitido o uso de calculadoras
- Durante a prova, devem manter-se desligados os telemóveis
- Não se esclarecem dúvidas durante a prova
- Não destaque nenhuma folha do caderno de provas
- Apresente todas as justificações necessárias
- Escreva a tinta permanente ou a esferográfica.

**1. Determine a primitiva de:**

a)  $[1,0 \text{ v}] \quad \text{sen}(2x)$

b)  $[1,25 \text{ v}] \quad \frac{1}{x^3 - x^2}$

2. [1,5 v] Calcule o valor do integral  $\int_{\pi/2}^{\pi} (2x + 1) \cos x \, dx$ .

3. Considere a região do plano limitada pelas seguintes condições:

$$y \leq x + 2, \quad y \geq x^2 \quad \text{e} \quad x \geq 0$$

a) [1,0 v] Represente-a graficamente.

b) [1,25 v] Calcule a sua área.

4. Considere a equação diferencial  $y' - \frac{e^x}{1+e^x} = 0$

a) [1,5 v] Determine o integral geral.

b) [0,5 v] Determine a solução particular para  $y(0) = 1$ .

5. [1,0 v] Estude a natureza da série numérica  $\sum \frac{3^{n+1}}{n!}$ .

6. [1,25 v] Determine, caso existam, os extremos livres da função real de duas variáveis reais  $f(x, y) = x^2 + y^3 - 2xy$

7. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\text{Max } Z = 10x_1 - 30x_2$$

$$\text{s.a.: } x_1 \leq 15$$

$$x_1 - x_2 \leq 20$$

$$3x_1 - x_2 \leq 30$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- a) [0,75 v] Escreva o primeiro quadro do *simplex*, apresentando todas as justificações necessárias.
- b) [1,25 v] Verifique se a solução é ótima e, se não o for, determine a próxima solução. Apresente todas as justificações e cálculos necessários.

8. Considere o seguinte problema de programação linear:

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 6x_4$$

$$\text{s.a.: } x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 10000$$

$$5x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 10x_4 \leq 50000$$

$$x_2 \leq 4000$$

$$x_1 \geq 1500$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Os resultados obtidos usando o *Solver* do Excel são os seguintes:

| Célula Destino (Max) |      |                |             |
|----------------------|------|----------------|-------------|
| Célula               | Nome | Valor original | Valor final |
| \$B\$11              | Z    | 0              | 24000       |

| Células ajustáveis |      |             |                |                       |                      |                      |
|--------------------|------|-------------|----------------|-----------------------|----------------------|----------------------|
| Célula             | Nome | Valor Final | Custo Reduzido | Coeficiente Objectivo | Permissível Aumentar | Permissível Diminuir |
| \$B\$3             | x1   | 1500        | 0              | 2                     | 0                    | 1E+30                |
| \$C\$3             | x2   | 4000        | 0              | 5                     | 1E+30                | 1                    |
| \$D\$3             | x3   | 0           | -1             | 3                     | 1                    | 1E+30                |
| \$E\$3             | x4   | 166,67      | 0              | 6                     | 1,5                  | 0                    |

Restrições

| Célula | Nome   | Valor Final | Preço Sombra | Restrição L. Direito | Permissível Aumentar | Permissível Diminuir |
|--------|--------|-------------|--------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| \$G\$6 | Rest.1 | 10000       | 2            | 10000                | 2650                 | 500                  |
| \$G\$7 | Rest.2 | 41166,67    | 0            | 50000                | 1E+30                | 8833,33              |
| \$G\$8 | Rest.3 | 4000        | 1            | 4000                 | 250                  | 4000                 |
| \$G\$9 | Rest.4 | 1500        | 0            | 1500                 | 500                  | 1500                 |

a) [1,0 v] Indique a solução ótima do problema e o respetivo valor ótimo, assim como os valores das variáveis de folga e de excesso.

- b)** [1,0 v] Refira quais as consequências para a solução ótima e para o valor ótimo do problema, caso o coeficiente da função objetivo da variável  $x_2$  passe a ser 15. Se o valor ótimo se alterar, indique o seu novo valor.
- c)** [1,0 v] Indique, justificando, se o problema tem soluções ótimas alternativas.
- d)** [1,0 v] Formule o problema Dual. Determine a sua solução ótima e valor ótimo, apresentando todas as justificações e cálculos necessários.

9. Considere o problema de afetação cujos custos unitários de afetação dos trabalhos A, B, C e D às máquinas 1, 2, 3 e 4 são os seguintes:

|            | Máquinas |   |   |   |
|------------|----------|---|---|---|
|            | 1        | 2 | 3 | 4 |
| Trabalho A | 3        | 5 | 2 | 4 |
| Trabalho B | 4        | 6 | 2 | 4 |
| Trabalho C | 2        | 3 | 3 | 2 |
| Trabalho D | 5        | 1 | 4 | 1 |

- a) [1,0] Determine a afetação ótima dos trabalhos às máquinas, indicando o respectivo custo total.
- b) [1,0] Formule o problema em programação linear. Não se esqueça de definir as variáveis utilizadas na formulação.

**10.** Considere o jogo de dois jogadores e soma nula com a seguinte tabela de *payoff*:

|           |    | Jogador B |    |
|-----------|----|-----------|----|
|           |    | 1         | 2  |
| Jogador A | I  | 3         | -1 |
|           | II | 2         | 8  |

- a)  $[0,75]$  Indique, justificando, se o jogo é estável.
- b)  $[1,0]$  Formule o problema do jogador A em programação linear. Não se esqueça de definir as variáveis usadas na formulação.

**Rascunho**