

PREÇOS SOMBRA e CUSTOS REDUZIDOS

Turma GA4 – 2013/2014

Docente: Rosário Laureano

Os preços sombra e os custos reduzidos encontram-se na última linha (a linha da f.o.) do quadro óptimo do Simplex¹. No entanto,

- os **preços sombra** estão nas colunas das variáveis de folga, de excesso ou artificiais (apenas consideramos o preço sombra na coluna de uma variável artificial u_i quando não existe s_i ou t_i). Como tal, um preço sombra está sempre associado à variável auxiliar de uma restrição e portanto a um certo recurso.

enquanto

- os **custos reduzidos** estão nas colunas das variáveis de decisão. Logo, um custo reduzido está sempre associado a uma variável de decisão.

Os preços sombra e os custos reduzidos devem ser nulos apenas quando a respectiva variável associada é básica ($\neq 0$). Quando tal não se verifica, para pelo menos um dos preços sombra ou custos reduzidos, temos a indicação de que o problema é de *soluções óptimas múltiplas* (ver ficheiro de Casos Especiais).

O que significam os preços sombra e os custos reduzidos?

- Um **preço sombra** informa qual o aumento sobre o valor (óptimo) da f.o. resultante de aumentar em 1 unidade a quantidade (termo independente) do respectivo recurso, dentro do intervalo de sensibilidade desse recurso (em linguagem da Economia diz-se que o preço sombra relativo a certo recurso mede o valor marginal desse recurso em relação ao lucro total). É nulo quando o recurso não é utilizado na totalidade (no *output* do Solver: "valor final" e "valor da célula" diferente do valor inicial do recurso), ou seja, quando a variável auxiliar associada é básica ($\neq 0$) e a restrição respectiva é não-activa (no *output* do Solver: "estado" arquivar). É não-nulo no caso contrário. Por exemplo, um problema tenta averiguar qual o número de mesas e o número de

¹Também são fornecidos pelos *output* do Solver.

cadeiras que se deve construir com certos recursos para obter o lucro máximo, sendo um dos recursos a existência de apenas 150 horas de trabalho de máquinas. Se no quadro óptimo é indicado que o preço sombra é 0, tal significa que a variável de folga (sobra/folga de horas) é superior a 0 (portanto, é básica) e que, como tal, não são utilizadas todas as horas disponíveis (o "valor final" é inferior a 150). Se no quadro óptimo é indicado que o preço sombra é 10, tal significa que a variável de folga (sobra/folga de horas) é 0 (portanto, é não-básica) logo são utilizadas todas as horas disponíveis (o "valor final" é de 150); ficamos então a saber que, se utilizarmos $190 = 150 + 40$ horas de trabalho de máquinas, teremos um lucro adicional de $40 \cdot 10 = 400$ u.m., desde que $150 + 40$ esteja dentro do intervalo de sensibilidade

$$[150 - (\text{"permissível diminuir"}), 150 + (\text{"permissível aumentar"})]$$

relativo a esse termo independente $b = 150$.

- Um **custo reduzido**, quando é não-nulo (é não-básica a variável de decisão respectiva, portanto com valor 0), informa qual a redução (pensando num problema de MAX) no valor (óptimo) da f.o. resultante de considerar essa variável de decisão como básica ($\neq 0$) e com valor 1. Por exemplo, um problema tenta averiguar qual o número x de mesas e o número y de cadeiras que se deve construir com certos recursos para obter o lucro máximo; no quadro óptimo é indicado que não se devem construir cadeiras (ou seja, que $y = 0$) e que o seu custo reduzido é de $5/2$; contudo há uma encomenda importante de 30 cadeiras; o custo reduzido de $5/2$ significa que por cada cadeira que decidirmos construir (contra o indicado no quadro óptimo) há um impacto de $5/2$ u.m. no lucro, logo para dar resposta à encomenda das 30 cadeiras, há uma redução de $\frac{5}{2} \cdot 10 = 25$ u.m. no lucro.