

Introdução às Finanças

Aula Teórica 1

Valor Financeiro do Tempo – Regime de Juros, TAN e Taxa Efetivas

Sumário

- O conceito de valor financeiro do tempo e de juro.
- Processos de atualização e capitalização.
- Regime de Juro Composto e Regime de Juro Simples.
- A Taxa Anual Nominal e as Taxas Efetivas.

Regime de Juros (1/3)

- Existem dois regimes:
 - Juros Simples (RJS)
 - Juros Compostos (RJC)
- A principal diferença entre os dois regimes decorre do modo como os juros que vão sendo processados influenciam o capital da operação .

Regime de Juros (2/3)

- Regime de juros simples:
 - Na operação financeira os juros são separados do capital, isto é, não alteram em nenhum momento o valor do capital.

Exemplo:

Depósito de 10,000 €, a 3 anos com uma taxa de juro anual de 6%

- Juros no 1º, 2º e 3º anos: $10,000 \times 0.06 = 600$
- Total de juros nos 3 anos: $600 + 600 + 600 = 1,800$
- O montante de capital ao longo da operação é sempre de 10,000 €

Regime de Juros (3/3)

- Regime de juros compostos:
 - Na operação financeira os juros vão sendo agregados ao capital, isto é, alteram o valor do capital, pelo que os juros produzem juros.

Exemplo:

Depósito de 10,000 €, a 3 anos, com uma taxa de juro anual de 6%

- 1º ano: $Juros_1: 10,000 \times 0.06 = 600$; Capital no final do período₁: $10,000 + 600 = 10,600$ €
- 2º ano: $Juros_2: 10,600 \times 0.06 = 636$; Capital no final do período₂: $10,600 + 636 = 11,236$ €
- 3º ano: $Juros_3: 11,236 \times 0.06 = 674.16$; Capital no final do período₃: $11,236 + 674.16 = 11,910.16$ €
- Total de juros nos 3 anos: $600 + 636 + 674.16 = 1,910.16$ €

Atualização e Capitalização ^(1/4)

- O regime de juros composto é especialmente apropriado para se realizarem comparações temporais de valores.

Exemplo:

Dispor hoje de 10,000 € será equivalente a dispor de quanto dentro de 3 anos?

- O fator de valorização do tempo traduz-se na taxa de juro; na prática a questão pode ser colocada do seguinte modo: se aplicar hoje 10,000 € qual o valor que terei dentro de 3 anos?
- Utilizando os 6% do exemplo anterior:

Valor no final dos 3 anos: 11,910.16 €

- Note-se que o RJC que se aplicou ano a ano no exemplo, pode ser simplificado numa única operação.
- Valor no final da operação = $10,000 \times (1 + 0.06)^3 = 11,910.16 \text{ €}$
- Esta operação representa um processo de capitalização em que o fator de capitalização é $(1 + 0.06)^3$

Atualização e Capitalização (2/4)

- Uma situação oposta à anterior seria a de saber qual o valor equivalente hoje a determinado valor futuro.

Exemplo:

Vamos receber dentro de 2 anos 20,000 €. Esse valor é equivalente hoje a receber quanto?

- Na prática estamos a perguntar quanto terei de aplicar hoje para dispor dentro de 2 anos de 20,000 €?
- Sabemos agora o valor final e pretendemos determinar o valor inicial(C_0). Assim:

$$20,000 = C_0 \times (1+0.06)^3$$

$$C_0 = \frac{20,000}{(1+0.06)^3} = 17,799.92 \text{ €}$$

- Esta operação representa um processo de atualização em que o fator de atualização é.

$$\frac{1}{(1+0.06)^3}$$

Atualização e Capitalização ^(3/4)

- Generalizando, considere-se:

- C_0 – Capital no momento 0
- C_n – Capital no momento n
- n – Número de períodos
- r - Taxa de juro do período

$$C_n = C_0 \times (1+r)^n \rightarrow \textit{Capitalização}$$

$$C_0 = C_n \times \frac{1}{(1+r)^n} \rightarrow \textit{Atualização}$$

Atualização e Capitalização (4/4)

- A potência dos processos de capitalização ou atualização, para além do tempo é também função do nível de taxa de juro. Por exemplo, qual será o valor de hoje de 10,000 € que se irá receber dentro de 5, 10 ou 20 anos e para uma taxa e juro de 5 ou 10%:

$$10,000 \times \frac{1}{(1 + 0.05)^5} = 7,835$$

$$10,000 \times \frac{1}{(1 + 0.05)^{10}} = 6,139$$

$$10,000 \times \frac{1}{(1 + 0.05)^{20}} = 3,768$$

$$10,000 \times \frac{1}{(1 + 0.1)^5} = 6,209$$

$$10,000 \times \frac{1}{(1 + 0.1)^{10}} = 3,855$$

$$10,000 \times \frac{1}{(1 + 0.1)^{20}} = 1,486$$

Taxas Nominais e Efetivas (1/4)

- O efeito de capitalização, não torna indiferente a forma de processamento de juros.

Exemplo: empréstimo por 12 meses, no montante de 10,000 € e taxa anual de 10% e:

- A) juros pagos trimestralmente
 - B) juros pagos no final do ano
-
- Como é natural, estas duas alternativas não são equivalentes. Sendo a taxa de juro a mesma é preferível pagar apenas no final do ano do que ir pagando trimestralmente.

Taxas Nominais e Efetivas (2/4)

A questão que se pode então colocar é:

“Uma taxa anual nominal de 10%, mas com juros pagos trimestralmente é equivalente a que taxa com juros pagos no final do ano?”

A resposta será dada aplicando o conceito já conhecido de regime de juro composto (processo de capitalização) trimestre a trimestre durante um ano.

$$JurosTrimestrais = 10,000 \times 0.1 \times \frac{3}{12} = 250$$

Nota: para simplicidade de cálculos opera-se em meses e não em dias.

Taxas Nominais e Efetivas (3/4)

- Em primeiro lugar vejamos qual a taxa a aplicar em cada trimestre, recordando que para efeito de cálculo de juros aplica-se sempre o princípio da proporcionalidade:

Taxa a 3 meses: $0.1 \times \frac{3}{12} = 0.025 = 2.5\%$

- Seguidamente utiliza-se o processo de capitalização durante 4 períodos (trimestres); operando-se com uma unidade de capital inicial:

Como o capital inicial foi de 1 unidade os juros são de 0.1038, ou sejam representam uma taxa anual de 10.38%. Assim, uma taxa anual nominal de 10% com juros trimestrais transforma-se numa taxa efetiva anual de 10.38%. Por outras palavras, é equivalente ter uma taxa anual de 10% com juros trimestrais ou ter uma taxa anual com juros anuais de 10.38%.

Taxas Nominais e Efetivas (4/4)

- Generalizando e considerando:
 - r – Taxa efetiva anual
 - $r_{(m)}$ – Taxa nominal anual para m subperíodos

- r_m - Taxa para o subperíodo m :

$$r_m = \frac{r_{(m)}}{m}$$

$$r = (1 + r_m)^m - 1 \text{ ou } r = \left(1 + \frac{r_{(m)}}{m}\right)^m - 1$$