

INTRODUÇÃO ÀS FINANÇAS

“TAXAS NOMINAIS vs EFECTIVAS

TAXAS EQUIVALENTES PARA PERÍODOS DIFERENTES

TAE E TAEG “

Taxas Nominais vs Efectivas

Taxas Equivalentes para períodos diferentes

TAE e TAEG

1º Exemplo

É-nos dada uma taxa anual de 4%....

Valor inicial	Valor Acumulado ao fim do ano	
	RJSimples	RJComposto
100	$100 + 100 \times 4\% = 104$	$100 \times (1 + 4\%) = 104$

Com a mesma taxa vamos calcular juros semestralmente...

Valor Acumulado			
RJSimples		RJComposto	
1º semestre	2º semestre	1º semestre	2º semestre
$100 + 100 \times 4\% \times 0.5 = 102$	$100 + 100 \times 4\% \times 0.5 = 102$ mais os 2 recebidos no momento 0.5, perfazendo 104 euros	$100 \times (1 + 4\%)^{0.5} = 101.9804$	$101.9804 \times (1 + 4\%)^{0.5} = 104$

Taxas Efectivas (reflectem a verdadeira valorização do capital) e Equivalentes:

	RJSimples	RJComposto
Efectiva Anual	4%	4%
Efectiva Semestral	2%	1.9804%

Estas taxas são equivalentes entre si em cada Regime de Juro – em RJS a taxa de 2% semestral produz o mesmo resultado, no mesmo prazo de tempo, que a taxa de 4% anual. Em RJC, a taxa de 1.9804% semestral é equivalente à anual de 4% porque ambas produzem o mesmo resultado quando utilizadas pelo mesmo prazo de tempo.

Confirma-se que aquém do primeiro período de taxa, o valor acumulado pelo RJC é inferior ao do RJS, sendo os dois iguais no primeiro período de taxa (ao fim de um ano). Em RJC, para a mesma taxa semestral de 1.9804% nos dois semestres, são gerados mais euros de juros no 2º semestre, devido aos juros sobre juros, compensando os juros a menos do 1º semestre.

2º Exemplo

Agora é dada uma taxa semestral de 2%...

Valor Acumulado			
RJSimples		RJComposto	
1º semestre	2º semestre	1º semestre	2º semestre
$100 + 100 \times 2\% = 102$	$100 + 100 \times 2\% = 102$ mais os 2 recebidos no momento 0.5, perfazendo 104 euros	$100 \times (1 + 2\%) = 102$	$102 \times (1 + 2\%) = 104.04$

Taxas Efectivas (também equivalentes):

	RJSimples	RJComposto
Efectiva Anual	4%	4.04%
Efectiva Semestral	2%	2%

Em ambos os exemplos, 1º e 2º, verificamos uma proporcionalidade nas taxas equivalentes em RJS. Em RJC essa proporcionalidade não existe porque a taxa anual reflecte os juros sobre juros e a semestral faz gerar esses juros sobre juros apenas porque a base de incidência vai aumentando.

Confirma-se que para além do primeiro período de taxa, o valor acumulado em RJC supera o do RJS. A taxa efectiva anual em RJC superou o dobro da taxa efectiva semestral.

Neste exemplo em RJC, se quisermos calcular um juro em determinado semestre temos forçosamente que utilizar a taxa semestral – 2%. É mais fácil deduzir esta taxa partindo de 4% anual (basta dividir pelo nº de contagens de juro no ano, neste caso 2) do que da efectiva de 4.04% (temos que resolver $(1 + 4.04\%)^{0.5} - 1$). Assim, apesar dos 4% não reflectirem nenhuma valorização real daquele capital, eles servem como taxa de “passagem” para encontrarmos a efectiva do sub-período.

Taxa nominal

É apenas uma taxa “aparente”, “não verdadeira” mas que permite, de uma forma fácil (por proporcionalidade), chegar à verdadeira taxa do sub-período em que se calcula os juros.

Taxas Nominais | Efectivas do sub-período | Efectivas Anuais

	RJSimples			RJComposto		
1º Ex.	4%	2%	4%	3.9608%	1.9804%	4%
2º Ex.	4%	2%	4%	4%	2%	4.04%

(estamos a ignorar, por simplificação, o efeito da base da taxa que é diferente numa taxa nominal e numa efectiva)

A diferença entre nominal anual e efectiva anual acontece em RJC, pois quando existe mais do que uma capitalização (contagem de juros) no ano, apesar de trabalharmos sempre com a mesma taxa do sub-período, o quantitativo de juros vai sempre aumentando pelo efeito dos juros sobre juros. Daí que a taxa efectiva anual seja mais do que proporcional à taxa do sub-período, sendo esta proporcional à nominal.

Sendo,

r – taxa efectiva anual

r_m – taxa efectiva do sub-período (período que se repete m vezes no ano)

$r(m)$ – taxa nominal anual para m capitalizações no ano

a tabela das taxas supra indicada virá:

	RJSimples			RJComposto		
1º Ex.	$r(2) = 4\%$	$r_2 = 2\%$	$r = 4\%$	$r(2) = 3.9608\%$	$r_2 = 1.9804\%$	$r = 4\%$
2º Ex.	$r(2) = 4\%$	$r_2 = 2\%$	$r = 4\%$	$r(2) = 4\%$	$r_2 = 2\%$	$r = 4.04\%$

- Relação entre taxa nominal anual e efectiva do sub-período

$$\frac{r(m)}{m} = r_m$$

ex: se nos derem uma taxa de 3% para uma aplicação no banco que vence juros mensais, sabemos que o juro em cada mês vai ser calculado com uma taxa de

$$\frac{3\%}{12} = 0.25\% \text{ ou } r_{12} = \frac{r(12)}{12}.$$

Esta relação tanto é válida para RJS como para RJC, sendo que todas as taxas bancárias são hoje apresentadas em termos nominais.

- Relação entre a taxa efectiva do sub-período e a taxa efectiva anual ou Relação entre taxas equivalentes

RJSimples

$$r = m \times r_m$$

ou

$$r(m) = m \times r_m$$

porque

$$\frac{r(m)}{m} = r_m$$

ex: se a taxa trimestral é de 1%, então a efectiva anual (ou nominal anual) é de 4% (quantitativo de juro constante em cada período)

RJComposto

$$1 + r = (1 + r_m)^m$$

$$r = (1 + r_m)^m - 1$$

É também a relação entre taxas equivalentes porque expressa a igualdade entre o valor obtido com a r_m por um ano e a r pelo mesmo ano (para um capital inicial unitário).

ex: segundo o nosso 2º exemplo,

$$100 \times (1 + 2\%)^2 = 100 \times (1 + r) \Leftrightarrow 100 \times 1.0404 = 100 \times (1 + r) \Leftrightarrow r = 4.04\%$$

-Relação entre a taxa nominal anual e a taxa efectiva anual (decorrente das anteriores)

RJSimples

$$r = m \times \frac{r(m)}{m}$$

RJComposto

$$r = \left(1 + \frac{r(m)}{m}\right)^m - 1$$

TAEG – Taxa Anual Efectiva Global

Tem em comum com as efectivas anuais anteriores o facto de ser Anual e Efectiva. O ser Global pressupõe a existência de “outros custos” na operação financeira para além dos juros, como sejam comissões e impostos.

Assim, em termos de conceito esta taxa não será um mero quociente entre juro e capital mas sim:

$$\frac{\text{Total de capital + juros + comissões + impostos + etc. a pagar na operação}}{\text{Capital líquido recebido no início da operação}} - 1$$

Este quociente resultará na taxa “verdadeira” de custo para quem é o cliente da operação (a entidade sujeita a impostos).

É obrigatório para as entidades financeiras apresentarem a correspondente TAEG quando anunciam os seus produtos de crédito, sempre que referem a taxa de juro praticada na operação.

TAE – Taxa Anual Efectiva

Conceito idêntico ao da TAEG mas agora na óptica do banco (não são considerados os impostos).

Exemplo:

Um cliente pede ao seu banco um financiamento de 10,000 euros por um prazo de 3 meses. A taxa de juro praticada pelo banco é de 9%, sendo cobrada uma comissão à cabeça de 125 euros relativa à análise do processo. Existe ainda imposto de selo de 0.8% sobre o valor financiado e de 4% sobre os juros. O cliente liquida o total da dívida (capital + juro) no final, em RJS.

TAEG – óptica do cliente

	Hoje	Daqui a 3 meses
Capital	+ 10,000	- 10,000
Juro		- 225
Comissão	- 125	
Imposto de selo	- 80	- 9
TOTAL	9,795	10,234

$$9,795 = \frac{10,234}{(1 + \text{TAEG})^{\frac{90}{365}}}$$

Apesar da operação ser em RJS, a TAEG é sempre calculada em RJC (como uma TIR/IRR). Sendo uma taxa efectiva na óptica do cliente, a base é 365.

TAE – óptica do banco

	Hoje	Daqui a 3 meses
Capital	- 10,000	+ 10,000
Juro		+ 225
Comissão	+ 125	
TOTAL	9,875	10,225

$$9,875 = \frac{10,225}{(1 + \text{TAE})^{\frac{90}{360}}}$$

Também calculada em RJC mas a base é agora de 360 porque a taxa expressa a óptica do banco.