

Trabalho de Grupo

Matemática



Licenciatura em Gestão 2012/2013

ISCTE  **IUL**
Instituto Universitário de Lisboa

Trabalho realizado por:

Ana Rita Pascoal, N°60154

Andreia Sousa, N°60259

Daniel Gil, N°60702

Nuno Pires, N°60703

Turma: GA3

Docente: José Filipe

Dados:

- Sector A
 - *Output* = 8.000 u.m.
 - 50 % para Procura Final = $0,5 * 8.000 = 4.000$ u.m.
 - 20 % para Próprio Sector = $0,2 * 8.000 = 1.600$ u.m.
 - 25 % para Sector B = $0,25 * 8.000 = 2.000$ u.m.
 - 5 % para Sector C = $0,05 * 8.000 = 400$ u.m.
- Sector B
 - *Output* = 8.500 u.m.
 - 55 % para Procura Final = $0,55 * 8.500 = 4.675$ u.m.
 - 25 % para Próprio Sector = $0,25 * 8.500 = 2.125$ u.m.
 - 10 % para Sector A = $0,1 * 8.500 = 850$ u.m.
 - 10 % para Sector C = $0,1 * 8.500 = 850$ u.m.
- Sector C
 - *Output* = 18.000 u.m.
 - 60 % para Procura Final = $0,6 * 18.000 = 10.800$ u.m.
 - 20 % para Próprio Sector = $0,2 * 18.000 = 3.600$ u.m.
 - 10 % para Sector A = $0,1 * 18.000 = 1.800$ u.m.
 - 10 % para Sector B = $0,1 * 18.000 = 1.800$ u.m.

Resolução do Trabalho

a)

		Procura Intermédia			Procura Final	Produção Final
		A	B	C		
Oferta Intermédia	A	1 600	2 000	400	4 000	8 000
	B	850	2 125	850	4 675	8 500
	C	1 800	1 800	3 600	10 800	18 000
V.V.A.		3 750	2 575	13 150		
Oferta Total		8 000	8 500	18 000		

Matriz das Transações:

$$Z = \begin{bmatrix} 1\,600 & 2\,000 & 400 \\ 850 & 2\,125 & 850 \\ 1\,800 & 1\,800 & 3\,600 \end{bmatrix}$$

Matriz dos Coeficientes Técnicos:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1\ 600}{8\ 000} & \frac{2\ 000}{8\ 500} & \frac{400}{18\ 000} \\ \frac{850}{8\ 000} & \frac{2\ 125}{8\ 500} & \frac{850}{18\ 000} \\ \frac{1\ 800}{8\ 000} & \frac{1\ 800}{8\ 500} & \frac{3\ 600}{18\ 000} \end{bmatrix}$$

b) Matriz de Leontief

A matriz de *Leontief* é a inversa da subtração entre a matriz identidade e a matriz A (Matriz dos Coeficientes Técnicos).

$$L = (I - A)^{-1}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{5} & -\frac{4}{17} & -\frac{1}{45} \\ -\frac{17}{160} & 1 - \frac{1}{4} & -\frac{17}{360} \\ -\frac{9}{40} & -\frac{18}{85} & 1 - \frac{1}{5} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{4}{17} & -\frac{1}{45} \\ -\frac{17}{160} & \frac{3}{4} & -\frac{17}{360} \\ -\frac{9}{40} & -\frac{18}{85} & \frac{4}{5} \end{bmatrix}^{-1}$$

$$L = \frac{1}{|X|} \cdot \hat{X}, \quad \text{Sendo } X = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} & -\frac{4}{17} & -\frac{1}{45} \\ -\frac{17}{160} & \frac{3}{4} & -\frac{17}{360} \\ -\frac{9}{40} & -\frac{18}{85} & \frac{4}{5} \end{bmatrix}$$

Calcular |X|:

$$|X| = \left(\left(\frac{4}{5} * \frac{3}{4} * \frac{4}{5} \right) + \left(-\frac{17}{160} * -\frac{18}{85} * -\frac{1}{45} \right) + \left(-\frac{4}{17} * -\frac{17}{360} * -\frac{9}{40} \right) \right) - \left(\left(-\frac{9}{40} * \frac{3}{4} * -\frac{1}{45} \right) + \left(-\frac{18}{85} * -\frac{17}{360} * \frac{4}{5} \right) + \left(-\frac{17}{160} * -\frac{4}{17} * \frac{4}{5} \right) \right)$$

$$|X| = 0,44525$$

$$\frac{1}{X} = 2,2459$$

Calcular a adjunta de X:

$$a_{11}=(-1)^2 * \left(\left(\frac{3}{4} * \frac{4}{5} \right) - \left(-\frac{18}{85} * -\frac{17}{360} \right) \right) = 0,590$$

$$a_{12}=(-1)^3 * \left(\left(-\frac{17}{160} * \frac{4}{5} \right) - \left(-\frac{9}{40} * -\frac{17}{360} \right) \right) = 0,95625$$

$$a_{13}=(-1)^4 * \left(\left(-\frac{17}{160} * -\frac{18}{85} \right) - \left(-\frac{9}{40} * \frac{3}{4} \right) \right) = 0,19125$$

$$a_{21}=(-1)^3 * \left(\left(-\frac{4}{17} * \frac{4}{5} \right) - \left(-\frac{18}{85} * -\frac{1}{45} \right) \right) = 0,19294$$

$$a_{22}=(-1)^4 * \left(\left(\frac{4}{5} * \frac{4}{5} \right) - \left(\frac{9}{40} * -\frac{1}{45} \right) \right) = 0,635$$

$$a_{23}=(-1)^5 * \left(\left(\frac{4}{5} * -\frac{18}{85} \right) - \left(-\frac{9}{40} * -\frac{4}{17} \right) \right) = 0,22235$$

$$a_{31}=(-1)^4 * \left(\left(-\frac{4}{17} * -\frac{17}{360} \right) - \left(\frac{3}{4} * -\frac{1}{45} \right) \right) = 0,02778$$

$$a_{32}=(-1)^5 * \left(\left(\frac{4}{5} * -\frac{17}{360} \right) - \left(-\frac{17}{160} * -\frac{1}{45} \right) \right) = 0,040139$$

$$a_{33}=(-1)^6 * \left(\left(\frac{4}{5} * \frac{3}{4} \right) - \left(-\frac{17}{160} * -\frac{4}{17} \right) \right) = 0,575$$

$$L = \frac{1}{|X|} \cdot \hat{X}$$

$$L = 2,2459 * \begin{bmatrix} 0,590 & 0,956 & 0,191 \\ 0,193 & 0,635 & 0,222 \\ 0,028 & 0,040 & 0,575 \end{bmatrix}^T \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow L = 2,2459 * \begin{bmatrix} 0,590 & 0,193 & 0,028 \\ 0,956 & 0,635 & 0,040 \\ 0,191 & 0,222 & 0,575 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow L = \begin{bmatrix} 1,3251 & 0,4333 & 0,0624 \\ 0,21471 & 1,4261 & 0,0898 \\ 0,429 & 0,4986 & 1,2914 \end{bmatrix}$$

c)

Calcular as procuras finais:

Sector A: $4000 * 0,75 = 3000$

Sector B: $4675 * 0,9 = 4207,5$

Sector C: $10800 * 0,95 = 10260$

Matriz da nova Procura Final (Após Recessão):

$$Pf = \begin{bmatrix} 3000 \\ 4207,5 \\ 10260 \end{bmatrix}$$

Matriz de Leontief:

$$\begin{bmatrix} 1,3251 & 0,4333 & 0,0624 \\ 0,2147 & 1,4261 & 0,0898 \\ 0,429 & 0,4986 & 1,2914 \end{bmatrix}$$

Sabendo que, tanto a matriz da procura final como a matriz de Leontief, podemos saber o valor da nova produção total:

$$X = (I-A)^{-1} * Pf$$

Sendo,

X = Matriz da produção total;

$(I-A)^{-1}$ = Matriz de *Leontief*

Pf=Matriz da procura final

$$X = \begin{bmatrix} 1,3251 & 0,4333 & 0,0624 \\ 0,2147 & 1,4261 & 0,0898 \\ 0,429 & 0,4986 & 1,2914 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 3\ 000 \\ 4\ 207,5 \\ 10\ 260 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6\ 438,63 \\ 75\ 65,72 \\ 16\ 634,62 \end{bmatrix}$$

Como podemos verificar, devido à recessão, o produto total das três empresas diminuiu.

Na empresa A, o produto total para este ano é 6 438,63, na empresa B é 7565,72 e na empresa C é 16 634,62.

- d) Sabendo os coeficientes técnicos e a produção total pode determinar-se a matriz das transações.

$$Z = \begin{bmatrix} a_{11} * x_1 & a_{12} * x_2 & a_{13} * x_3 \\ a_{21} * x_1 & a_{22} * x_2 & a_{23} * x_3 \\ a_{31} * x_1 & a_{32} * x_2 & a_{33} * x_3 \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} 1287,726 & 1780,169 & 369,638 \\ 684,104 & 1891,43 & 357,270 \\ 1448,692 & 1602,152 & 3327,124 \end{bmatrix}$$

A nova tabela de transações é a seguinte:

		Procura Intermédia			Procura Final	Produção Final
		A	B	C		
Oferta Intermédia	A	1 287,726	1 780,169	369,638	3 000	6 438,63
	B	684,104	1 891,43	785,523	4 207,5	7 565,72
	C	1 448,692	1 602,152	3 327,124	10 260	16 634,62
V.V.A.		3018,108	2 291,969	12 152,335		
Oferta Total		6438,63	7565,72	16 634,62		

⁽¹⁾ Fazendo o somatório dos valores da oferta intermédia de cada sector, com a respectiva procura final, deveria dar exactamente o valor que apresentamos na coluna da produção final, porém tal não se verifica. Os valores não são exactamente iguais, devido a arredondamentos feitos anteriormente.

Vector do valor acrescentado = oferta total - Procura Intermédia por sector

Vector do valor acrescentado:

$$\vec{V}' = (3018,108; 2\,291,969; 12\,152,335)$$

Vector do output intermédio/vector da procura intermédia total por sector:

$$\vec{V} = (3\,420,522; 5\,273,751; 4\,482,285)$$

- e) O vector de valor acrescentado representa o lucro obtido pela empresa, sendo por isso, a subtração do total dos produtos vendidos pelos produtos consumidos necessários à sua produção (procura intermédia). O decréscimo na procura final levou também à diminuição da procura intermédia, pois se há uma diminuição nas vendas, o sector irá certamente diminuir a compra dos seus *inputs*, pois são necessários em menos quantidade. Assim sendo, o valor acrescentado vai diminuir, pois todos os sectores apresentaram uma diminuição de vendas, devido à recessão ocorrida.

f) O contexto internacional afectou de maneira diferente o desempenho dos 3 sectores da Indústria Alimentar no País X.

O sector A teve uma perda de lucro de $(3750-3018,108=731,892)$, o que equivale em percentagem a uma perda de 19,52%.

$$\begin{array}{rcl} 3750 & \text{—————} & 100\% \\ 731,892 & \text{—————} & X\% \end{array} \Leftrightarrow X=19,52\%$$

O sector B teve uma perda de lucro de $(2575-2291,969=283,031)$, o que equivale em percentagem a uma perda de 10,99%.

$$\begin{array}{rcl} 2575 & \text{—————} & 100\% \\ 283,031 & \text{—————} & X\% \end{array} \Leftrightarrow X=10,99\%$$

O sector C teve uma perda de lucro de $(13150-12152,335=997,665)$, o que equivale em percentagem a uma perda de 7,59%.

$$\begin{array}{rcl} 13150 & \text{—————} & 100\% \\ 997,665 & \text{—————} & X\% \end{array} \Leftrightarrow X=7,59\%$$

Assim, podemos afirmar que o sector A foi o mais prejudicado tendo em conta o contexto internacional e o respetivo ambiente económico.