ISCTE IUL
Instituto Universitário de Lisboa
Lisbon University Institute

Matemática / Matemática I (1º Ano)

Licenciaturas da Escola de Gestão

Tipo de Prova: 1º Teste | 02/11/2013 | Duração máxima: 1H 15m

Nome Completo: ………………………………………………………………………………………………………..
(em maiúsculas)

Número: .... Turma ....

Docente: ………

- Não é permitido o uso de máquinas de calcular.
- Não é permitido escrever a lápis ou a caneta de tinta vermelha.
- Durante a prova deve manter o telemóvel desligado.
- Não se tiram dúvidas durante a prova.
- Não destaque nenhuma folha do caderno de prova, sob pena da sua anulação.
- A prova deve ser resolvida unicamente nas folhas do enunciado, as quais devem permanecer agrafadas. Apresente todas as justificações necessárias.
- Não são permitidas folhas de rascunho adicionais. A última folha do enunciado serve para esse efeito. A folha de rascunho que constitui o final da prova pode ser usada excecionalmente para responder a alguma questão, desde que claramente assinalado.

Reservado para cotações.

1) a)	
b)	
c)	
d)	
2)	
3)	
4) a)	
b)	
c)	

[6.5 valores] 1. Considere o sistema de equações lineares em x, y e z, e parametrizado por $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} -x - y + 3z = 0 \\ 2x + 2y + z = a \\ -2x - y + z = 1 \\ x - 2z \quad = -1 \end{cases}$$

(1.0) a) Escreva-o na forma matricial.

(0.5) b) Indique a sua matriz ampliada.

(3.5) c) Discuta a sua natureza em função do parâmetro a.

(1.5) d) Resolva o sistema dado pela regra de Cramèr, usando o valor de a que o torna possível e determinado.
(Nota: se tem dúvidas quanto à sua resolução, considere, sem prejuízo, $a = 0$, e suprima a primeira equação do sistema)

[4.0 valores] 2. Usando apenas as propriedades dos determinantes, calcule o determinante da matriz

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ a & a+1 & 2 & 2 \\ a & a+1 & a+2 & 3 \\ a & a+1 & a+2 & a+3 \end{bmatrix}$$

[3.5 valores] 3. Considere a matriz $\boldsymbol{A} = [a_{\boldsymbol{ij}}]$, do tipo $m \times n$, e suponha que quer construir uma matrix $\boldsymbol{B} = [b_{\boldsymbol{ij}}]$, do mesmo tipo, em que $b_{ij} = a_{ij} - k$, $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$, e $k \in \mathbb{R}$. Ou seja, os elementos da matriz $\boldsymbol{B}$ obtêm-se a partir dos correspondentes elementos homólogos da matriz $\boldsymbol{A}$, subtraindo-lhes a constante k. Para tal, usa a seguinte equação matricial

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{K} \times \boldsymbol{U}$$

sendo $\boldsymbol{K}$ uma matriz do tipo $m \times 1$, com todos os elementos iguais a k. Determine a matriz $\boldsymbol{U}$ de modo a obter o resultado desejado.

(Sug.: considere primeiro uma matriz $\boldsymbol{A}$, do tipo 3×2, e depois generalize)

[6.0 valores] 4. Considere a base canónica do espaço vetorial $\mathbb{R}^3$, e o conjunto

$$F = \{(0,-1,0),\ \ (7,4,2),\ \ (-6,0,-2)\}$$

(1.0) a) Verifique que F é uma base de $\mathbb{R}^3$.

(3.5) b) Determine as coordenadas do vetor $\vec{x} = (3,1,1)$ nessa base.

(1.5) c) Suponha agora que o vetor $\vec{y} = -\left(1,0,\frac{1}{2}\right)$ está escrito na base F. Indique, efetuando todos os cálculos, as suas coordenadas na base canónica de $\mathbb{R}^3$. Comente o resultado obtido.

Folha de Rascunho