Matemática/Matemática I

Prova: Teste Intermédio   1º Ano   2012 / 2013

10/11/2012   Duração: 1.15h (+ 15m)

Licenciaturas da Escola de Gestão

Nome .... Nº ....

Curso .... Turma ....

Nome do Docente ....

- **Não se esqueça de se identificar no teste.**
- Não é permitido o uso de máquinas de calcular.
- Durante a prova deve manter o telemóvel desligado.
- Não se tira dúvidas durante a prova.
- Não destaque nenhuma folha do caderno de prova, sob pena da sua anulação.
- A prova deve ser resolvida unicamente nas folhas do enunciado, as quais devem permanecer agrafadas. Apresente todas as justificações necessárias.
- Não são permitidas folhas de rascunho adicionais. A última folha do enunciado serve para esse efeito. A folha de rascunho que constitui o final da prova pode ser usada excepcionalmente para responder a alguma questão, desde que claramente assinalado.

1. Considere o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} x+2y+z = 0 \\ -ax+y-z=0 \\ y+2z=b \end{cases} \qquad a,b\in\mathbb{R}$$

a) [1.0] Escreva a equação matricial do sistema.

b) [1.5] Estude a natureza do sistema, em função dos parâmetros a e b .

c)

i. [1.5] Considere $a = -1$ e $b = 0$. Determine solução pela regra de Cramer.

ii. [1.5] Considere $a \neq -1$ e $b = 0$. Identifique o sistema e indique a sua solução.

2. Considere a seguinte matriz:

$$A = \begin{bmatrix} \alpha + 1 & 0 & 3 \\ \alpha & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

a) [1.5] Determine α que verifique

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ \alpha & -2 \end{vmatrix}$$

b) [2.0] Considere $\alpha = 0$. Calcule A^{-1} pela teoria dos determinantes.

c) [1.5] Sem calcular os determinantes $|A^{-1}|$ e $|A^T|$, determine $|A^{-1}A^T|$, para todos os casos em que a matriz A é invertível.

d) [1.0] Diga se as colunas de A são linearmente independentes, $\alpha = 0$. Justifique.

3. [2.0] Sejam A e B matrizes regulares e I a matriz identidade. Considere a seguinte equação matricial

$$\hat{B}XA^{-1} - B\hat{A} = |B|I$$

Explicite a matriz X.

4. Para os vectores de R^3: $\vec{v}_1 = (8,2,2)$, $\vec{v}_2 = (10,k,6)$, $\vec{v}_3 = (2,2,0)$

a) [2,0] Diga em que condições os vectores são linearmente independentes.

b) [1,0] O que pode concluir relativamente ao sistema formado pelos 3 vectores quando considera $k = 0$. Justifique.

c) [1,0] Apresente as coordenadas do vector $\vec{w}=(4,2,2)$ na base formada pelos vectores $\vec{v}_1=(8,2,2)$, $\vec{v}_2=(10,4,6)$, $\vec{v}_3=(2,2,0)$, isto é, fazendo $k=4$.

5. Considere o subespaço *F* de R^3 gerado pelos vectores (1,1,2), (1,3,2), (2,0,4):

a) [1,0] Diga qual é a dimensão do subespaço gerado por estes vectores.

b) [0,5] Apresente uma base para o subespaço.

c) [1,0] Apresente uma base de R^3 que inclua a base do subespaço gerado. Justifique.

RASCUNHO: