Matemática/Matemática I

Prova: Teste Intermédio | 1º Ano | 2011 / 2012

12/11/2011 | Duração: 1.15h (+ 15m)

Licenciaturas da Escola de Gestão

- Justifique todas as respostas.
- Não é permitido o uso de máquinas de calcular.
- Durante a prova, devem manter-se desligados os telemóveis.
- Não se tiram dúvidas durante a prova.
- Não destacar nenhuma folha do caderno de prova, sob pena de anulação da mesma.

1. Considere as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & \alpha+1 \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ \beta \end{bmatrix} \text{ e } X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \qquad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

a) [2 v] Discuta a característica e a dependência linear das linhas da matriz ***A*** em função do parâmetro α.

b) [2 v] Discuta a natureza do sistema ***AX=B*** em função dos parâmetros α e β.

c) [1 v] No sistema da alínea b), considere α = 1 e β = 0. Determine o valor de **z** utilizando a regra de Cramer.

2. Considere a matriz ***B***, dada por $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

a) [1 v] Discuta a invertibilidade da matriz ***B***.

b) [1,5 v] Calcule a inversa da matriz ***B***.

c) [2,5 v] Determine a matriz ***A*** sabendo que $(I+3A)^{-1}=B$, onde ***I*** é a matriz identidade de ordem 3.

3. Resolva os seguintes exercícios:

a) [3 v] Considere uma matriz ***A*** regular de ordem 3. Utilizando exclusivamente as propriedades dos determinantes, calcule

$$\begin{vmatrix} a & 2d+2g & -g \\ b & 2e+2h & -h \\ c & 2f+2i & -i \end{vmatrix}$$

sendo a matriz $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ e $|A| = 5$.

b) [2 v] Determine, apoiando-se exclusivamente nas propriedades dos determinantes, $|2A| \times |A^{-1}|$.

4. Considere os polinómios:

$$p_1(x) = x^2 - 4$$
$$p_2(x) = x + 3$$
$$p_3(x) = -x^2 + x + 1$$

a) [2,5 v] Mostre que este conjunto de polinómios forma uma base do espaço de polinómios de grau menor ou igual a 2.

b) [2,5 v] Determine as coordenadas de $q(x) = x^2 - 2x - 3$ na base $\{p_1, p_2, p_{3.}\}$.

Rascunho