ISCTE IUL
Instituto Universitário de Lisboa
Lisbon University Institute

Matemática

Licenciaturas de Gestão, Gestão de Marketing, GEI, Economia, Finanças e Contabilidade

1ª Teste- ano lectivo 2010-2011
Data: 13 de Novembro de 2009

Duração : 1h 30 m

Cotação:______val.

Nome : ____Turma: ______ Nº _______ .

Notas :

- A frequência deve ser resolvida obrigatoriamente na folha do enunciado.
- As respostas às perguntas devem ser devidamente fundamentadas e acompanhadas dos cálculos necessários. Seja <u>conciso</u> e responda apenas ao que se pede Em caso de necessidade deve ser utilizada a folha de continuação/rascunho.
- Não são esclarecidas quaisquer tipos de dúvidas durante a prova.
- A interpretação e o raciocínio de construção da resposta também estão em avaliação.
- Identifique todas as folhas do seu teste, indicando o seu nº no canto inferior direito, no local indicado. Mantenha as folhas agrafadas.
- Não é permitido o uso de formulário e máquina calculadora.
- Em cima da secretária são apenas permitidos material de escrita e as folhas do enunciado.
- No caso de pretender desistir, somente o poderá fazer após os primeiros 30m, sendo que apenas é permitido sair da sala após a entrega do enunciado da prova.
- Cotação total da prova para **200** pontos.

Boa sorte

1. Considere as matrizes:

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 4\\ 1 & 3 & 5\\ 1 & 5 & \alpha+4\end{bmatrix},\qquad B=\begin{bmatrix}2\\ 2\\ \beta-1\end{bmatrix} \text{ e } X=\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}.$$

a) (20 valores) Discuta a característica da matriz A em função do parâmetro α.

b) (20 valores) Discuta a natureza do sistema AX=B em função dos parâmetros α e β.

c) (10 valores) No sistema da *alínea* b), considere $\alpha = \beta = 2$. Determine o valor de z utilizando a regra de Cramer.

2. (25 valores) Sejam

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad \text{e} \quad |B| = \begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 0 \\ x & 1 & 2 & 0 \\ x & 2 & 0 & 1 \\ x & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Determine x de modo a que $|A| + |B| = 0$.

<u>Nota</u>: Não calcule os determinantes, utilize apenas as propriedades dos determinantes.

3. Seja a matriz $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & a & 1\\ 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$, com a um parâmetro real.

a) (15 valores) Estude em função de a, a invertibilidade da matriz A.

b) (20 valores) Para $a=0$, calcule a sua inversa, aplicando o método da matriz adjunta.

4. (25 valores) Sejam $\vec{v}_1=(7,4,-7)$ e $\vec{v}_2=(8,7,8)$ dois vectores de $\mathbb{R}^3$. Determine o valor de *t* de modo a que o vector $\vec{v}=(-2,t,8)$ pertença ao subespaço de $\mathbb{R}^3$ gerado por $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$.

5. Considere os polinómios:

$$p_1(x) = -x + 1,$$
$$p_2(x) = -x^2 + 2,$$
$$p_3(x) = x^2 - 3.$$

a) (25 valores) Verifique que {$\{p_1, p_2, p_3\}$ constitui uma base do espaço indicado.

b) (15 valores) Escreva a matriz mudança de base da base canónica para a nova base.

Nota: a base canónica é $\{e_1(x) = x^2, e_2(x) = x, e_3(x) = 1\}$.

c) (25 valores) Determine as coordenadas de $q(x) = -x^2 + x + 1$ na base $\{p_1, p_2, p_3\}$.