



Matemática

Licenciaturas de Gestão, Gestão de Marketing, GEI, Economia, Finanças e Contabilidade

1ª Frequência - ano lectivo 2009-2010

Data: 21 de Novembro de 2009

Duração : 1 h 15m + 30 m (Tolerância)

Cotação: _____ val.

Nome : _____ Nº _____ .

Notas :

- ❖ A frequência deve ser resolvida obrigatoriamente na folha do enunciado.
- ❖ As respostas às perguntas devem ser devidamente fundamentadas e acompanhadas dos cálculos necessários. Seja conciso e responda apenas ao que se pede. Em caso de necessidade deve ser utilizada a folha de continuação/rascunho.
- ❖ Não são esclarecidas quaisquer tipos de dúvidas durante a prova.
- ❖ A interpretação e o raciocínio de construção da resposta também estão em avaliação.
- ❖ Identifique todas as folhas do seu teste, indicando o seu nº no canto inferior direito, no local indicado. Mantenha as folhas agrafadas.
- ❖ Não é permitido o uso de formulário e máquina calculadora.
- ❖ Em cima da secretária são apenas permitidos material de escrita e as folhas do enunciado.
- ❖ No caso de pretender desistir, somente o poderá fazer após os primeiros 30m, sendo que apenas é permitido sair da sala após a entrega do enunciado da prova.
- ❖ Cotação total da prova para **200** pontos.

Boa sorte

1. Considere o seguinte sistema de equações lineares

$$\begin{cases} 2x + y + z = -6b \\ x + 3y + z = 2b \\ 2x + y + (a+1)z = 4 \end{cases}$$

a) (10 valores) Escreva a equação matricial do sistema.

b) (25 valores) Estude a natureza do sistema em função dos parâmetros a e b .

c) (25 valores) Considere $a = 1$ e $b = -\frac{1}{2}$ e resolva o sistema pela regra de Cramer.

2. Considere em \mathfrak{R}^3 o conjunto $S = \{(1,1,1), (0,1,1), (1,2,2)\}$

a) (15 valores) Mostre que o vector $(0,0,1)$ não é combinação linear dos vectores de S .

b) (10 valores) O conjunto S gera \mathfrak{R}^3 ? Justifique.

c) (10 valores) A partir de um subconjunto estrito de S construa uma base para \mathfrak{R}^3 .

3. (15 valores) Diga, justificando, se \mathfrak{R}^2 com as seguintes operações é ou não espaço vectorial sobre \mathfrak{R} , $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$ e $\alpha(x_1, y_1) = (-\alpha x_1, \alpha y_1)$, $\alpha \in \mathfrak{R}$.

4. Seja $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ a matriz de uma transformação linear $T : \mathfrak{R}^3 \rightarrow \mathfrak{R}^3$, na base canónica de \mathfrak{R}^3 .

a) (12 valores) Determine a expressão da transformação T .

b) (15 valores) Determine o $Nuc(T)$ e indique a $Dim(\text{Im}(T))$.

c) (15 valores) Verifique se T é invertível e em caso afirmativo calcule T^{-1} .

d) (15 valores) Determine a matriz P de mudança de base, da base canónica para a base $\{(1, 0, 0); (0, 1, 1); (-1, 0, 1)\}$.

e) (13 valores) Determine a matriz A^* da transformação na base $\{(1, 0, 0); (0, 1, 1); (-1, 0, 1)\}$.

5. Sejam A, B, C , matrizes regulares.

a) (10 valores) Determine a matriz X , resolvendo a seguinte equação

$$\hat{A}XB + C^T = B$$

b) (10 valores) Para $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$. Calcule $|X|$.

Folhas de Continuação/Rascunho

