

Matemática / Matemática I (1º Ano)
Licenciaturas da Escola de Gestão

27/01/2014
Exame de Recurso

Duração máxima: 2H 30m

Nome Completo:

(em maiúsculas)

Número:

Turma

Docente:

- Não é permitido o uso de máquinas de calcular.
 - Não é permitido escrever a lápis nem a caneta de tinta vermelha.
 - Durante a prova deve manter o telemóvel desligado.
 - Não se tiram dúvidas durante a prova.
 - Não destaque nenhuma folha do caderno de prova, sob pena da sua anulação.
 - A prova deve ser resolvida unicamente nas folhas do enunciado, as quais devem permanecer agraphadas. Apresente todas as justificações necessárias.
 - Não são permitidas folhas de rascunho adicionais. A última folha do enunciado serve para esse efeito. A folha de rascunho que constitui o final da prova pode ser usada excecionalmente para responder a alguma questão, desde que claramente assinalado.
-

Reservado para cotações.

1.a ____

1.b ____

2. ____

3. ____

4.a ____

4.b ____

5.a ____

5.b ____

5.c ____

6.a

6.b

7.

8.a ____

8.b ____

1. Considere o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} ax + 2y + (a + 1)z = 0 \\ x - y + z = 1 \\ -x + y + (a + 1)z = b \end{cases}$$

a) Discuta a sua natureza em função dos parâmetros a e b .

[2.0 valores]

b) Para $a = 0$ e $b = -1$, resolva o sistema pela Regra de Cramer

[2.0 valores]

2. Sabendo que $(I + 2A)^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$, determine a matriz A .

[2.0 valores]

3. Considere o conjunto de vectores de $\mathfrak{N}^3$ $S = \{(1, 1, 3), (1, 0, -2), (2, 1, k+1)\}$. Determine os valores de k para os quais os vectores do conjunto constituem um sistema de geradores de $\mathfrak{N}^3$. Este sistema de geradores é uma base de $\mathfrak{N}^3$?

[1.5 valores]

4. Considere a transformação linear $T: \mathfrak{N}^3 \rightarrow \mathfrak{N}^3$

$$T(x, y, z) = (ax, x + by, x + y + z)$$

onde a e b são valores reais.

a) Escreva a matriz que representa a transformação T na base canónica de $\mathfrak{N}^3$.

[1.5 valores]

b) Determine a e b tal que o(s) valor(es) próprio(s) de T tenha(m) uma multiplicidade algébrica igual a 3. Nesta situação, determine os respectivos vectores próprios.

[1.5 valores]

c) Determine o núcleo da transformação linear e indique a dimensão do mesmo. Para quem não resolveu a alínea anterior, considere $a = b = 2$.

[1.5 valores]

5. Considere a função $f: \mathfrak{N}^2 \rightarrow \mathfrak{N}$ definida por:

$$f(x, y) = \frac{xy}{x+2} \text{ e, } f(0,0) = 1$$

a) Indique e represente graficamente o domínio de f

[1.5 valores]

b) Estude f quanto à continuidade e à diferenciabilidade no ponto $(0,0)$

[1.5 valores]

6. Para a função $z = x^\alpha g\left(\frac{y}{x}\right)$, com α constante, calcule $\frac{\partial z}{\partial x}$

[2.0 valores]

7. Considere a função $f(x, y) = 3 + \frac{(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)} \text{ e,}$

a) Determine o grau de homogeneidade da função.

[2.0 valores]

b) Indique o grau de homogeneidade de $\frac{df}{dx}$. Justifique.

[1.0 valores]