**Departamento de Métodos Quantitativos**

# Matemática/Matemática I

Exame de 2ª Época 1º Ano 2011 / 2012

24/01/2012 Duração: 2h+30m

## Licenciaturas da Escola de Gestão

Nome ........................................................................................................ No ......................

Curso ........................................................................................................ Turma ................

Nome do Docente ........................................................................…………

- Não é permitido o uso de máquinas de calcular.
- Durante a prova deve manter o telemóvel desligado.
- Não se tiram dúvidas durante a prova.
- Não destaque nenhuma folha do caderno de prova, sob pena da sua anulação.
- A prova deve ser resolvida unicamente nas folhas do enunciado, as quais devem permanecer agrafadas. Apresente todas as justificações necessárias.
- Não são permitidas folhas de rascunho adicionais. A última folha do enunciado serve para esse efeito. A folha de rascunho que constitui o final da prova pode ser usada excepcionalmente para responder a alguma questão, desde que claramente assinalado.

**Reservado a cotações.**

| I | II | III |
|---|---|---|
| a) | 1 a) | 1) |
| b) | 1 b) | 2 a) |
| | 1 c) | 2 b) |
| | 2 a) | 3 a) |
| | 2 b) | 3 b) |
| | 2 c) | 3 c) |

**I**

**a)** Discuta a natureza do sistema de equações lineares em x, y e z,

$$\begin{bmatrix} 1+a & 1+a & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a(a+1) \\ 1 \\ a \end{bmatrix}$$

em função do parâmetro (real) **<u>a</u>**. [3.0 valores]

**b)** Resolva o sistema, pela regra de Cramèr, para a=2. [2.0 valores]

## II

Considere a base canónica de $\Re^3$ e a aplicação $T: \Re^3 \longrightarrow \Re^3$ definida pela fórmula

$$T(x, y, z) = (y - z, x + 2y - z, -x - y)$$

**1. a)** Mostre que T é uma transformação linear. [1.0 valor]

**b)** Determine a matriz de $T$ na base canónica de $\Re^3$, e designe-a por A. [1.0 valor]

**c)** Calcule os valores próprios de $T$. [1.5 valores]

**2.** Considere o conjunto $U = \{\overrightarrow{u_1} = (1,2,-1), \overrightarrow{u_2} = (1,01), \overrightarrow{u_3} = (-1,1,1)\}$.

**a)** Mostre que $U$ é uma base de $\Re^3$. [1.0 valor]

**b)** Determine, efectuando todos os cálculos, a matriz A' que representa $T$ na base $U$. Comente o resultado obtido. [3.0 valores]

**c)** Que nome particular recebem as matrizes A e A'? [0.5 valores]

III

Considere a função real de variável vetorial $f(x,y) = \sqrt{\frac{x}{y} - 1}$

**1.** Determine o domínio de f, e represente-o graficamente. [1.5 valores]

**2. a)** Mostre que f é uma função homogénea e determine o seu grau de homogeneidade. [0.5 valores]

**b)** Verifique para f a igualdade de Eüler. [1.5 valores]

**3.** Considere agora a função real $\varphi(u)$, diferenciável em $\Re$, e a função composta $h = \varphi \circ f$

**a)** Calcule as derivadas parciais $\frac{\partial h}{\partial x}$ e $\frac{\partial h}{\partial y}$ no ponto genérico (x,y). [2.0 valores]

**b)** Suponha que $\varphi(u) = e^u$. Indique, justificando, o valor de $\frac{\partial h}{\partial x}(2,1)$ e $\frac{\partial h}{\partial y}(2,1)$. [1.0 valor]

**c)** Diga como poderia obter o valor da derivada dirigida de $h$, no ponto (2,1), segundo a direção do vetor (-3, 4), usando os resultados da alínea anterior. [0.5 valores]

**Folha de Rascunho**