Aula 1: Revisão do secundário – Cálculo de derivadas, Regras de derivação

Diana Aldea Mendes
ISCTE

3 de Fevereiro de 2009

1 Algumas regras de derivação

Em tudo que segue k representa um número real e u, v representam funções reais de uma variável real.

- $k' = 0$
- $(ku)' = ku'$
- $(u+v)' = u' + v'$
- $\left(x^k\right)' = kx^{k-1}$
- $\left(u^k\right)' = ku^{k-1}u'$
- $(uv)' = u'v + uv'$
- $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$
- $(e^x)' = e^x$
- $(e^u)' = u'e^u$
- $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$
- $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$
- $(a^x)' = a^x \ln a, a > 0$
- $(a^u)' = u'a^u \ln a, a > 0$
- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\sin u)' = u' \cos u$

- $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $(\arcsin u)' = \dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
- $(\cos x)' = -\sin x$
- $(\cos u)' = -u' \sin u$
- $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $(\arccos u)' = -\dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
- $(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
- $(\tan u)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$
- $(\arctan x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$
- $(\arctan u)' = \dfrac{u'}{1+u^2}$
- $(\cot x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$
- $(\cot u)' = -\dfrac{u'}{\sin^2 u}$
- $(\operatorname{arccot} x)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$
- $(\operatorname{arccot} u)' = -\dfrac{u'}{1+u^2}$

2 Exemplos

Calcule a derivada de cada uma das seguintes funções (utilizando as regras de derivação conhecidas):

1. $f(x) = 4x^3 \Longrightarrow f'(x) = 12x^2$
2. $f(x) = (x-1)^2 \Longrightarrow f'(x) = 2(x-1)$
3. $f(x) = \dfrac{2}{x^2} \Longrightarrow f'(x) = -\dfrac{4}{x^3}$

4. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[5]{x^3}} \Longrightarrow f'(x) = -\dfrac{3}{5\sqrt[5]{x^8}}$

5. $f(x) = x \sin x \Longrightarrow f'(x) = \sin x + x \cos x$

6. $f(x) = x^3 e^x \Longrightarrow f'(x) = x^2 e^x (3 + x)$

7. $f(x) = \cos^2 x \Longrightarrow f'(x) = -2 \sin x \cos x$

8. $f(x) = \dfrac{(x-1)^2}{x+2} \Longrightarrow f'(x) = \dfrac{2(x-1)(x+2) - (x-1)^2}{(x+2)^2}$

9. $f(x) = \tan x \Longrightarrow f'(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

10. $f(x) = (x-1)^3 \ln(\sin x) \Longrightarrow f'(x) = 3(x-1)^2 \ln(\sin x) + (x-1)^3 \cot x$

11. $f(x) = (\ln x)^4 \Longrightarrow f'(x) = \dfrac{4 \ln^3 x}{x}$

12. $f(x) = \dfrac{4}{x \ln(\sin x^3)} \Longrightarrow f'(x) = -\dfrac{4(\ln(\sin x^3) + 3x^3 \cot x^3)}{(x \ln(\sin x^3))^2}$

Não esqueça que:

- $\ln A + \ln B = \ln AB$
- $\ln A - \ln B = \ln \dfrac{A}{B}$
- $A \ln B = \ln B^A$
- $\ln 1 = 0$
- $\ln e = 1$
- $\ln 0^+ = -\infty$
- $\ln(+\infty) = +\infty$
- $e^A e^B = e^{A+B}$
- $\dfrac{e^A}{e^B} = e^{A-B}$
- $e^0 = 1$
- $e^{-\infty} = 0$

- $e^{+\infty} = +\infty$
- $\sqrt{A+B} \neq \sqrt{A} + \sqrt{B}$
- $\sqrt{AB} = \sqrt{A}\sqrt{B}$
- $\sqrt{A^n} = \left(\sqrt{A}\right)^n$
- $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$
- $\left(\sqrt{A}\right)^3 = A\sqrt{A}$
- $\sqrt[m]{A^n} = A^{n/m}$
- $\frac{A+B}{C} = \frac{A}{C} + \frac{B}{C}$
- $\frac{A}{B+C} \neq \frac{A}{B} + \frac{A}{C}$
- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
- $\left(a^2 - b^2\right) = (a-b)\,(a+b)$
- $\left(a^3 - b^3\right) = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$
- $\left(a^3 + b^3\right) = (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right)$