1ª Se trocarmos duas linhas ou duas colunas de uma matriz quadrada, seu determinante troca somente de sinal.

$$\text{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = -\text{Det}\begin{vmatrix} g & h & i \\ d & e & f \\ a & b & c \end{vmatrix}$$

2ª Se multiplicarmos todos os elementos de uma linha ou coluna de uma matriz quadrada por um número k, seu determinante será multiplicado por este número k.

$$\text{Det}\begin{vmatrix} ka & kb & kc \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = k \cdot \text{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

Em geral, se multiplicamos todos os elementos de uma matriz quadrada de ordem n por um número k, seu determinante será multiplicado por k^n, ou seja:

$$\text{Det}(k \,.\, A) = k^n \,.\, \text{Det}(A).$$

$$\text{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = aei + bfg + dhc - ceg - bdi - fha$$

$$\text{Det}\begin{vmatrix} ka & kb & kc \\ kd & ke & kf \\ kg & kh & ki \end{vmatrix} = kakeki + kbkfkg + kdkhkc - kckekg -$$

$$- kbkdki - kfkhka = k^3 \cdot (aei + bfg + dhc - ceg - bdi - fha) =$$

$$= k^3 \cdot \text{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

3ª Se a uma linha ou coluna de uma matriz quadrada somamos outra paralela a ela multiplicada por um número, seu determinante não altera.

$$\text{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g + ka & h + kb & i + kc \end{vmatrix} = \text{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

$$\text{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g + ka & h + kb & i + kc \end{vmatrix} = \text{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \text{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ ka & kb & kc \end{vmatrix} =$$

$$= \text{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

4ª O determinante de uma matriz quadrada coincide com o determinante de sua trasposta, ou seja,

Det (A) = Det (A^t)

$$\text{Det}\left(A\right) = \text{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = aei + bfg + dhc - ceg - bdi - fha$$

$$\text{Det}\left(A^t\right) = \text{Det}\begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} = aei + bfg + dhc - ceg - bdi - fha$$

5ª O determinante do produto de duas matrizes quadradas de mesma ordem é igual ao produto dos determinantes destas matrizes:

Det (A . B) = Det (A) . Det (B).

$$\text{Det}\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}\right) = \text{Det}\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \cdot \text{Det}\begin{vmatrix} e & f \\ g & h \end{vmatrix}$$

6ª Se uma matriz quadrada tem todos os elementos de uma linha ou coluna nulos, seu determinante é zero.

$$\text{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

7ª Se uma matriz quadrada tem duas linhas ou duas colunas iguais seu determinante é zero.

$$\text{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ a & b & c \end{vmatrix} = aec + bfa + dbc - aec - bfa - dbc = 0$$

8ª Se uma matriz quadrada tem duas linhas ou duas colunas proporcionais seu determinante é zero.

$$\mathrm{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ ka & kb & kc \end{vmatrix} = k \cdot \mathrm{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ a & b & c \end{vmatrix} = 0$$

9ª Se todos os elementos de uma linha ou coluna de uma matriz quadrada se descompõem em duas somas, então seu determinante é igual a soma dos determinantes que têm nessa linha ou coluna o primeiro e a segunda soma respectivamente, sendo os elementos restantes iguais aos determinantes iniciais.

$$\mathrm{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g+j & h+k & i+l \end{vmatrix} = \mathrm{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \mathrm{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ j & k & l \end{vmatrix}$$

$$\mathrm{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g+j & h+k & i+l \end{vmatrix} = ae(i+l) + bf(g+j) + cd(h+k) -$$

$$- ce(g+j) - bd(i+l) - af(h+k) = aei + ael + bfg + bfj + cdh +$$

$$+ cdk - ceg - cej - bdi - bdl - afh - afk = (aei + bfg + dhc -$$

$$- ceg - bdi - fha) + (ael + bfj + dkc - cej - bdl - fka) =$$

$$= \mathrm{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \mathrm{Det}\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ j & k & l \end{vmatrix}$$

10ª Se uma linha ou coluna de uma matriz quadrada é combinação linear de duas ou mais das linhas ou colunas restantes, seu determinante é zero.

$$\mathrm{Det}\begin{vmatrix} a & b & ka+mb \\ d & e & kd+me \\ g & h & kg+mh \end{vmatrix} = \mathrm{Det}\begin{vmatrix} a & b & ka \\ d & e & kd \\ g & h & kg \end{vmatrix} + \mathrm{Det}\begin{vmatrix} a & b & mb \\ d & e & me \\ g & h & mh \end{vmatrix} =$$

$$= k \cdot \mathrm{Det}\begin{vmatrix} a & b & a \\ d & e & d \\ g & h & g \end{vmatrix} + m \cdot \mathrm{Det}\begin{vmatrix} a & b & b \\ d & e & e \\ g & h & h \end{vmatrix} = 0 + 0 = 0$$