

4. O Clementino constrói pranchas de *surf* e pretende que o seu filho, o Ermelino, se inicie também na profissão.



Sabe-se que o Clementino demora 6 dias a construir uma prancha.

Admita que o Ermelino demora t dias a construir uma prancha de *surf*.

4.1. Suponha que tanto o Clementino como o Ermelino trabalham ao mesmo tempo para construir uma prancha de *surf*.

Prove que a expressão do número de dias d necessários para pai e filho construírem uma prancha é dada por

$$d(t) = \frac{6t}{t+6}, \text{ com } t > 0.$$

4.2. Usando processos analíticos, determine, em dias, o valor de t se o Clementino e o Ermelino construírem uma prancha em 4,2 dias.

Interprete o resultado no contexto do problema.

4.3. Calcule a taxa média de variação da função d no intervalo $[0, 4]$.

4.4. Calcule $\lim_{t \rightarrow +\infty} d(t)$ e interprete o resultado no contexto do problema.

5. Na figura junta, está representada, num referencial o.n. xOy , parte da hipérbole que é o gráfico da função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$, definida por $f(x) = p + \frac{1}{2x+1}$, sendo p um número real.

O ponto A da figura tem coordenadas $(0,3)$.

5.1. Mostre que $p = 2$.

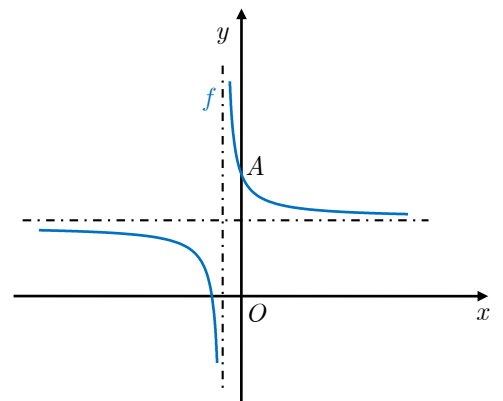
5.2. Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = x^3$.

A equação $(f \circ g)(x) = 5 - x$ tem exatamente duas soluções.

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, essas soluções, apresentando-as arredondadas às centésimas.

Na sua resposta, deve:

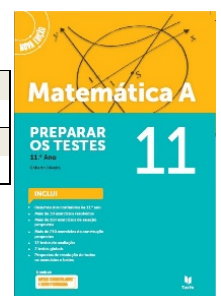
- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar, devidamente identificado(s);
- assinalar os pontos relevantes para responder à questão colocada.



FIM DO CADERNO 1

COTAÇÕES (Caderno 1)

Item									
Cotação (em pontos)									
1.	2.	3.	4.1.	4.2.	4.3.	4.4.	5.1.	5.2.	
8	8	15	15	15	10	10	10	15	106



Formulário

Trigonometria

$$\frac{\text{sen}A}{a} = \frac{\text{sen}B}{b} = \frac{\text{sen}C}{c}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n) :

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$

Caderno 2: 40 minutos
(não é permitido o uso de calculadora)

6. Para os números reais a e b , a reta r é paralela ao plano α , definidas num referencial o.n. $Oxyz$ por, respetivamente, $(x, y, z) = (1, 0, 0) + k(a, 1, 1), k \in \mathbb{R}$ e $2x + by - z = 0$.
Qual é a proposição verdadeira?

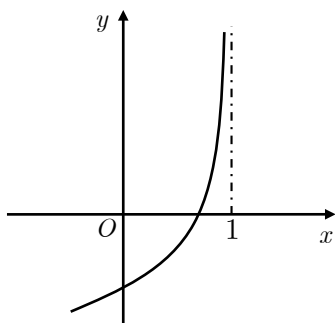
- (A) $b = 1 - 2a$ (B) $b = \frac{2}{a}$ (C) $b = \frac{a-1}{2}$ (D) $b = 2a + 1$

7. Seja (u_n) a sucessão definida por $u_n = \frac{2}{n-3}$.

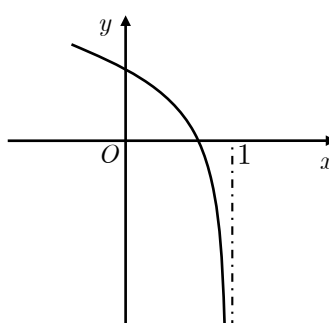
De uma certa função f , sabe-se que $\lim f(u_n) = 1$.

Em qual das seguintes opções pode estar representada parte do gráfico da função f ?

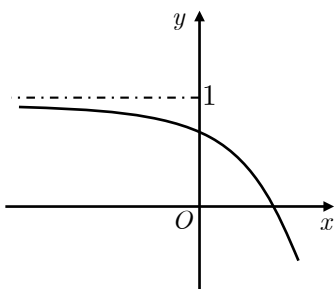
(A)



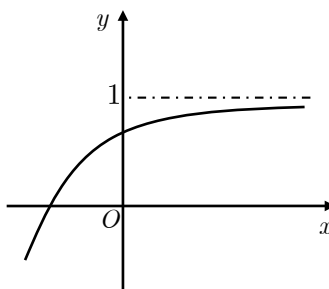
(B)



(C)

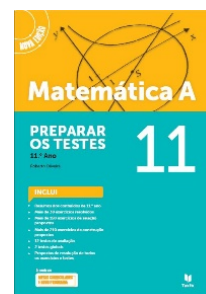


(D)



8. Considere a função h , contínua em \mathbb{R} , definida por $h(x) = \begin{cases} \frac{3x+5}{x+3} & \text{se } x < -2 \\ x^2 + 3x + 1 & \text{se } x \geq -2 \end{cases}$.

- 8.1. Justifique que o gráfico de h tem apenas uma assíntota paralela a um dos eixos coordenados e indique a sua equação.
8.2. Usando a definição de derivada, mostre que $h'(0) = 3$.
8.3. Determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de h no ponto 0.



9. De uma função f , diferenciável em \mathbb{R} , sabe-se que $y = 4 - 7x$ é a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto 5.

Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{5x - x^2}$?

(A) $-\frac{7}{5}$

(B) $-\frac{5}{4}$

(C) $\frac{5}{4}$

(D) $\frac{7}{5}$

10. Seja g a função, de domínio $[0, +\infty[$, definida por $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+4} - 6x$.

O gráfico de g tem uma assíntota de equação $y = kx$, sendo $k \neq 0$.

Determine k .

11. Considere as funções f e g , ambas de domínio \mathbb{R}^+ , e tais que:

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x + 2] = 0$;

• $g(x) = \frac{f(x)}{x+2}$.

Prove que o gráfico de g tem uma assíntota horizontal e indique a sua equação.

FIM DO TESTE

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item								
Cotação (em pontos)								
6.	7.	8.1.	8.2.	8.3.	9.	10.	11.	
8	8	15	15	10	8	15	15	94
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)								200

