

4.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 7

2.º Período

27/03/19

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Caderno 1: 50 minutos (é permitido o uso de calculadora)

1. Considere, num referencial o.n. xOy , os pontos $A(2,3)$ e $B(-2,4)$.
Qual é, em radianos e com arredondamento às décimas, o valor da inclinação da reta AB ?
(A) 2,7 (B) 2,9 (C) -0,2 (D) 1,2
2. De uma progressão aritmética (u_n) de razão r , sabe-se que $u_2 = 0 \wedge r - u_5 = 16$.
Determine o vigésimo termo de (u_n) .
3. Na expedição que descobriu a ilha da Madeira em 1419, consta que havia um pequeno marinheiro apelidado de Zarquinho (pois as semelhanças com um dos capitães era óbvia).
Admita que, antes de deixar Lisboa, o Zarquinho depositou, numa espécie de instituição bancária, o equivalente a um cêntimo atual do euro, a uma taxa de juros anual de 4%, com a intenção de o capital acumulado ser levantado por um seu descendente em 2019.
Qual é, em euros e com aproximações às décimas, esse valor acumulado?
(A) 624,0 (B) 995 760 351,1 (C) 165 960 058,5 (D) 1204,8
4. A Isménia está indignada com a quantidade de beatas de cigarro presentes em quase todo o lado.
Assim, ela decidiu começar a apanhar, por conta própria, todas as beatas que conseguisse no seu bairro.
No dia 1 de fevereiro de 2019, a Isménia recolheu 500 gramas de beatas de cigarro, no dia 2 de fevereiro, ela recolheu menos 10% de gramas de beatas de cigarro e assim sucessivamente, em cada dia sempre menos 10% que no dia anterior.
Determine a quantidade, em quilogramas e arredondado às décimas, recolhida pela Isménia em todo o mês de fevereiro.



5. O clube Montalta, dedicado ao *ultra trail*, teve um crescimento acentuado do número de atletas:

- em janeiro de 2015 começou com 8 atletas;
- em fevereiro de 2015 tinha 14 atletas;
- em março de 2015 tinha 20 atletas.

Continuando com este ritmo de crescimento (mais 6 atletas que no mês anterior), quando é que o Montalta ficou com um total de 1702 atletas?

Apresente o mês e o ano.



6. De uma sucessão (a_n) , sabe-se que:

$$2 \leq a_n < 3 \quad \forall n \in \mathbb{N};$$

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \frac{9}{6-a_n}, \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

6.1. Mostre que (a_n) é monótona crescente.

6.2. Justifique que (a_n) é convergente e determine $\lim a_n$.

7. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, definida por $f(x) = \frac{3}{2x+2}$.

Sabe-se que a equação $f(x) = (x-2)^2$ tem exatamente duas soluções no intervalo $[0, 3]$.

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, essas soluções.

Apresente as soluções arredondadas às centésimas.

Na sua resposta, deve:

- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar, devidamente identificado(s);
- assinalar os pontos relevantes para responder à questão colocada.

FIM DO CADERNO 1

COTAÇÕES (Caderno 1)

Item								
Cotação (em pontos)								
1.	2.	3.	4.	5.	6.1.	6.2.	7.	
8	16	8	12	16	12	16	12	100

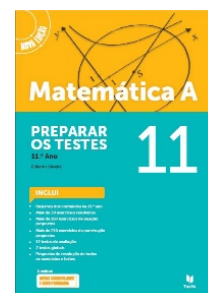
Formulário

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n) :

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$

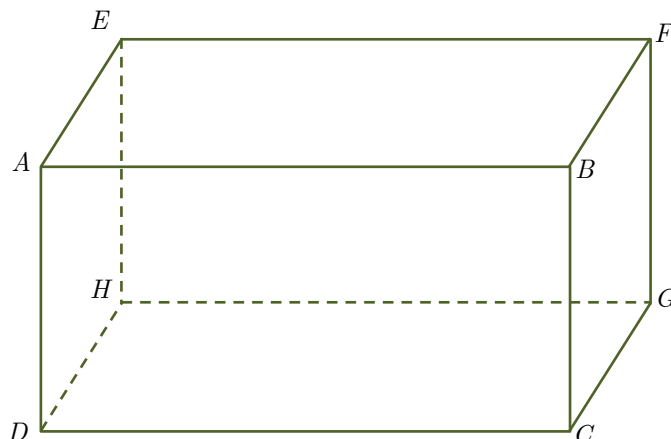


Caderno 2: 40 minutos
(não é permitido o uso de calculadora)

8. Na figura ao lado está, num referencial cartesiano no espaço, o prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- $[ABFE]$ é uma das faces do prisma;
- o vértice E tem coordenadas $(0,7,4)$;
- o vetor \overrightarrow{BC} tem coordenadas $(-2,-2,1)$.



8.1. Qual das seguintes é uma equação cartesiana do plano ABF ?

- (A) $2x + 2y - z + 10 = 0$
- (B) $2x + 9y + 3z + 11 = 0$
- (C) $2x + 9y + 3z - 11 = 0$
- (D) $2x + 2y - z - 10 = 0$

8.2. Considere o ponto $P(0,5,4)$ e seja θ a amplitude do ângulo formado pelos vetores \overrightarrow{BC} e \overrightarrow{EP} .
Calcule $\text{sen}(\theta)$.

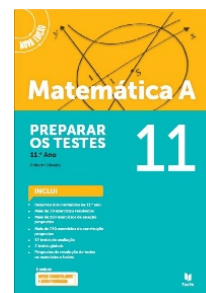
9. Dada a sucessão definida por $b_n = \begin{cases} \sqrt{n^5+1} - \sqrt{n^5+6} & \text{se } n \leq 1000 \\ 6 + 10n^3 - n^5 & \text{se } n > 1000 \end{cases}$, qual é o valor de $\lim b_n$?

- (A) $-\infty$
- (B) $+\infty$
- (C) 0
- (D) 6

10. Calcule:

10.1. $\lim (\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n+10})$

10.2. $\lim \frac{5-n}{\sqrt{4n^2+1} + 3n}$



11. Considere a sucessão (u_n) definida por
$$\begin{cases} u_1 = 8 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{4}, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

11.1. Justifique que (u_n) é uma progressão geométrica e mostre que $u_n = 2^{5-2n}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

11.2. Indique o valor de $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n u_k$.

(A) 2

(B) 4

(C) $\frac{119}{5}$

(D) $\frac{32}{3}$

12. Considere outra vez a função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, definida por $f(x) = \frac{3}{2x+2}$ (do item 6.).

Resolva a condição $f(x) \geq 1$.

Apresente o conjunto solução usando a notação de intervalos de números reais.

FIM DO TESTE

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item								
Cotação (em pontos)								
8.1.	8.2.	9.	10.1.	10.2.	11.1.	11.2.	11.	
8	16	8	16	16	12	8	16	100
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)								200

