

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 7

1.º Período

05/12/18

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

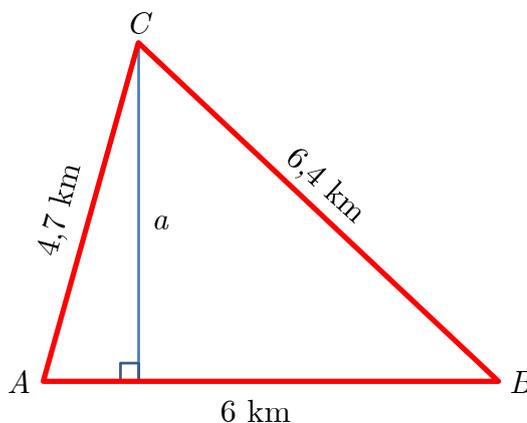
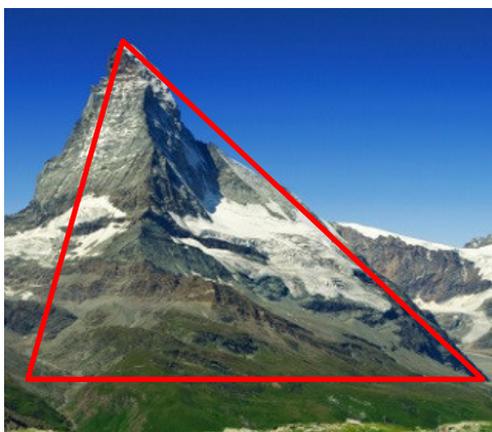
Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Caderno 1: 40 minutos (é permitido o uso de calculadora)

1. O Matterhorn é uma das montanhas mais conhecidas dos Alpes e fica localizado na fronteira da Suíça com a Itália.

Para calcular a sua altitude, elaborou-se o esquema seguinte.



Sabe-se que:

- a distância de um ponto A , algures na base da montanha, ao seu cume C é igual a 4,7 km;
- a distância de um ponto B (também na base da montanha) ao seu cume é igual a 6,4 km;
- a distância entre A e B é igual a 6 km;
- o plano ABC é perpendicular ao mar.

Com estes dados, determine a (altitude do Matterhorn).

Apresente o resultado em metros, arredondado às unidades.

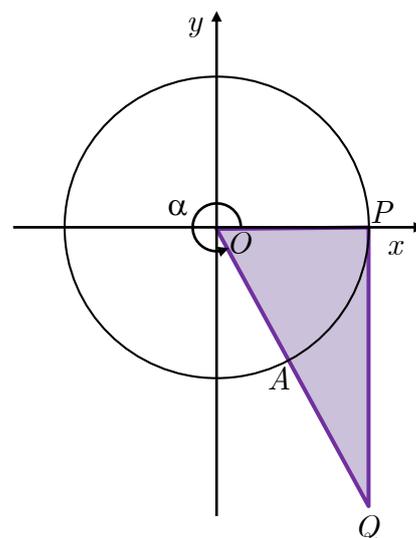
Se usar cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais.



2. Considere a circunferência trigonométrica, o triângulo retângulo $[OPQ]$ e o ponto A da figura.

Sabe-se que:

- o ponto P pertence à circunferência e à reta de equação $x = 1$;
- o ponto Q pertence à reta de equação $x = 1$ e tem ordenada negativa;
- o ponto A pertence à reta OQ e à circunferência.



Seja α a amplitude do ângulo orientado assinalado na figura cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}Q$.

2.1. Suponha que $\alpha = 5,4$ rad.

Quais são as coordenadas, arredondadas às centésimas, do ponto A ?

- (A) $(0,77 ; -0,63)$ (B) $(1,54 ; -1,26)$ (C) $(0,63 ; -0,77)$ (D) $(1,26 ; -1,54)$

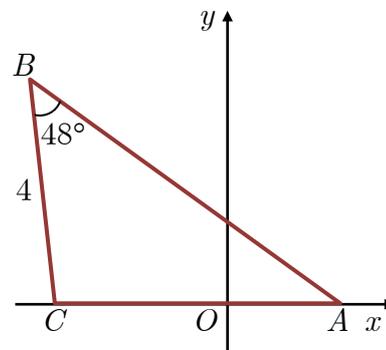
2.2. Mostre que o perímetro do triângulo $[OPQ]$ é dado, em função de α , por

$$\frac{\cos \alpha - \operatorname{sen} \alpha + 1}{\cos \alpha}$$

3. Seja $[ABC]$ o triângulo representado no referencial o.n. xOy da figura.

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(2,0)$;
- o ponto C tem coordenadas $(-3,0)$;
- $\overline{BC} = 4$;
- a amplitude do ângulo ABC é 48° .



Qual é, em graus e arredondado às centésimas, a inclinação da reta AB ?

- (A) $143,52^\circ$ (B) $148,38^\circ$ (C) $36,48^\circ$ (D) $31,62^\circ$

4. Num referencial o.n. xOy , determine um valor aproximado, à décima do grau, da amplitude do ângulo formado pelos vetores $\vec{u}(1,5)$ e $\vec{v}(2,-2)$.

5. Considere a função, de domínio $[0, \pi]$, definida por $f(x) = 3\text{sen}(x) \cos\left(\frac{x}{2}\right)$.

Recorrendo à calculadora gráfica, determine a área do triângulo $[OPQ]$, onde:

- O é a origem de um referencial;
- P é o ponto do gráfico de f cuja ordenada é máxima;
- Q é o ponto do gráfico de f pertencente ao semieixo positivo Ox .

Na sua resposta, deve:

- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s);
- esboçar o triângulo $[OPQ]$;
- indicar as coordenadas do ponto P , com duas casas decimais;
- determinar o valor pedido, arredondado às décimas.

FIM DO CADERNO 1



COTAÇÕES (Caderno 1)

Item						
Cotação (em pontos)						
1.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.	
18	8	18	8	18	13	83

Formulário

Trigonometria

$$\frac{\text{sen}A}{a} = \frac{\text{sen}B}{b} = \frac{\text{sen}C}{c}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Caderno 2: 50 minutos
(não é permitido o uso de calculadora)

6. Seja f a função definida por $f(x) = \operatorname{arctg}(3x) + 2\pi$.

6.1. Indique o valor de $f\left(-\frac{1}{3}\right)$.

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\frac{5\pi}{2}$

(C) $\frac{3\pi}{4}$

(D) $\frac{7\pi}{4}$

6.2. Caracterize a função f .

Na sua resposta, indique o domínio e o contradomínio da função f .

7. Qual é, no intervalo $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$, o conjunto solução da inequação $\operatorname{sen}(x) \geq -\frac{1}{2}$?

(A) $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}\right]$

(B) $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}\right]$

(C) $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}\right]$

(D) $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right]$

8. Resolva as equações seguintes.

8.1. $2\cos(3x) + \sqrt{2} = 0$, em \mathbb{R}

8.2. $\operatorname{sen}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, em $[0, \pi]$

9. Considere a semicircunferência de centro C e raio 2 da figura.

Sabe-se que:

- B é um ponto da semicircunferência;
- $[AD]$ é um diâmetro da semicircunferência;
- $C\hat{D}B = 75^\circ$.

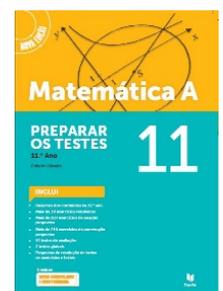
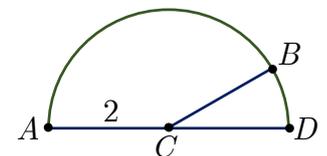
Qual é o valor de $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$?

(A) 4

(B) 12

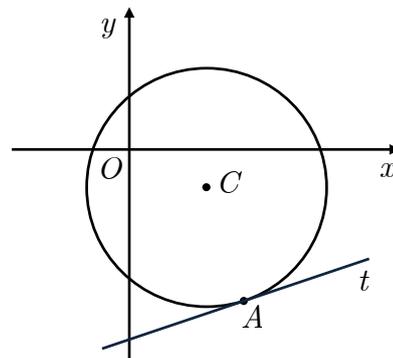
(C) $4 - 8\sqrt{3}$

(D) $8 + 4\sqrt{3}$



10. Considere, no referencial o.n. xOy da figura:

- a circunferência de centro C e de equação $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 10$;
- a reta t que contém o ponto $A(3, -4)$ da circunferência.



10.1. Escreva a equação reduzida da reta t .

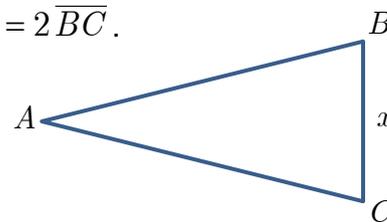
10.2. Sabe-se que um certo vetor $\vec{v}(a^2 + 4, a + 3)$ é perpendicular ao vetor \vec{OA} , sendo a um número real não nulo.

Determine a .

11. No triângulo isósceles $[ABC]$ da figura, sabe-se que $\overline{AB} = \overline{AC} = 2\overline{BC}$.

Seja $\overline{BC} = x$.

Prove que $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{7}{2}x^2$



FIM DO TESTE

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item									
Cotação (em pontos)									
6.1.	6.2.	7.	8.1.	8.2.	9.	10.1.	10.2.	11.	
8	18	8	18	18	8	13	13	13	117
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)									200

