Escola Secundária de Francisco Franco
www.esffranco.edu.pt
(2018/2019)

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 7

1.º Período

31/10/18

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação: ,

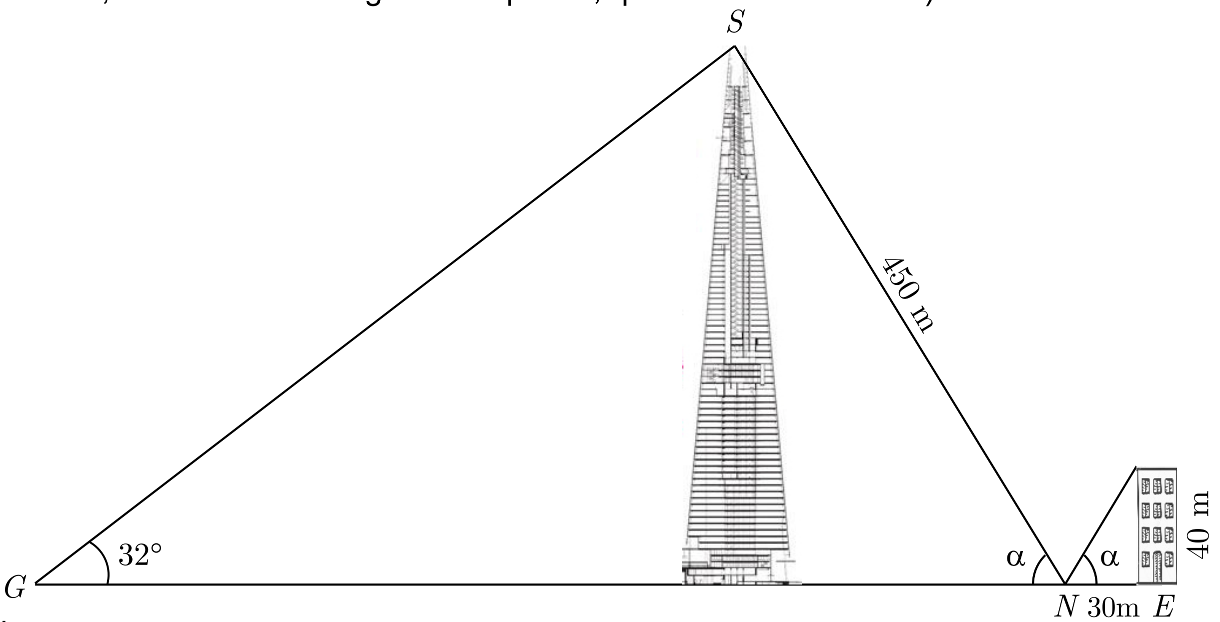
O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Caderno 1: 40 minutos
(é permitido o uso de calculadora)

1. O Giselo e a namorada vivem em Londres em lados opostos à torre The Shard e, num gesto a que ele chama de romântico, pretende calcular a distância da casa dele à casa da namorada (para isso, ele elaborou o seguinte esquema, que não está à escala):

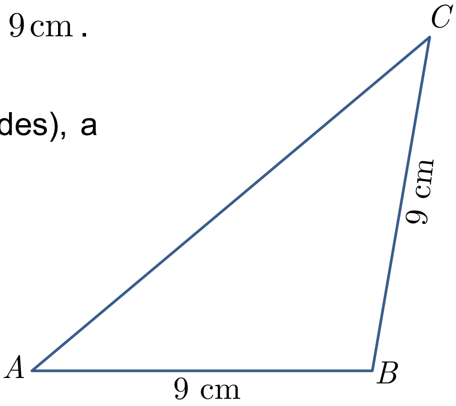


Sabe-se que:

- da casa do Giselo (ponto G) observa-se o cimo da torre Shard (ponto S) segundo um ângulo de amplitude $32°$;
- da casa da namorada do Giselo (ponto N) observa-se o cimo da torre Shard segundo um ângulo de amplitude α e a distância ao cimo da torre Shard é igual a 450 metros;
- a 30 metros da casa da namorada do Giselo (do outro lado), encontra-se um edifício (ponto E) de altura 40 metros, sendo o cimo observado segundo um ângulo de amplitude igualmente α.

Atendendo aos dados da figura (e admitindo que os pontos G, S, N e E pertencem todos ao mesmo plano) determine, em metros, a distância da casa do Giselo à casa da namorada, ou seja, determine $\overline{GN}$ (se usar cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais).

2. Do triângulo $[ABC]$ da figura do lado, sabe-se que $\overline{AB} = \overline{BC} = 9\,\text{cm}$.



2.1. Suponha, nesta alínea, que $\overline{AC} = 13\,\text{cm}$.

Qual é, em graus e em minutos (arredondado às unidades), a amplitude do ângulo CAB?

(A) $43°46'$ **(B)** $43°76'$

(C) $39°46'$ **(D)** $39°76'$

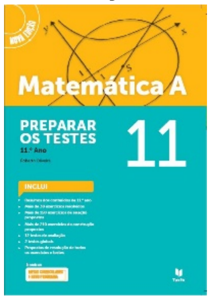
2.2. Admita, nesta alínea, que $A\hat{B}C = 100°$.

Determine $\overline{AC}$. Apresente o resultado em centímetros, arredondado às décimas.

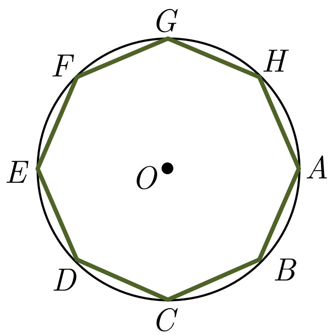
A seguir estão duas resoluções de dois alunos:

Resolução da Ifigénia	Resolução do Eufrásio
Pela lei dos cossenos: $\overline{AC} = \sqrt{2 \times 9^2 + 2 \times 9^2 \times \cos 100°} \approx \boxed{11{,}6}\ \text{cm}$	O triângulo $[ABC]$ é isósceles pelo que $C\hat{A}B = A\hat{C}B = 40°$. Assim, pela lei dos senos: $\overline{AC} = \dfrac{9\,\text{sen}100°}{\text{sen}40°} \approx \boxed{13{,}8}\ \text{cm}$

Apenas uma das resoluções está certa. Indique qual a certa e proponha uma alteração na resolução errada de modo a torná-la correta.



3. Na figura, está representado o octógono regular $[ABCDEFGH]$ inscrito numa circunferência de centro O.



3.1. Qual é o transformado do ponto A pela rotação de centro O e ângulo de amplitude $-225°$?

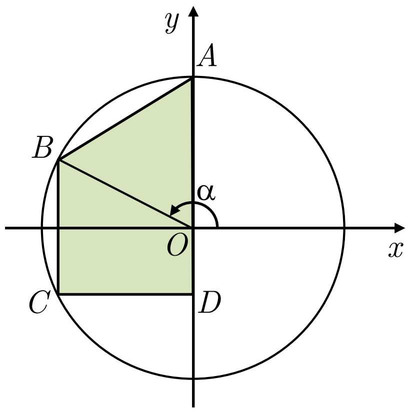
(A) C **(B)** D **(C)** E **(D)** F

3.2. Um ângulo tem lado origem $\dot{O}A$ e lado extremidade $\dot{O}B$.

Indique qual dos seguintes pode representar esse ângulo generalizado.

(A) $(45°,2)$ **(B)** $(315°,4)$ **(C)** $(-180°,-5)$ **(D)** $(-120°,-6)$

4. Na figura junta, estão representados a circunferência trigonométrica e o trapézio retângulo $[ABCD]$.



Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(0,1)$;
- o ponto B pertence ao segundo quadrante e à circunferência;
- o ponto C pertence ao terceiro quadrante e à circunferência;
- o ponto D pertence ao eixo Oy e tem a mesma ordenada de C.

Seja α a amplitude de um ângulo orientado cujo lado origem é o semieixo positivo Ox e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}B$.

Atendendo a que $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$:

4.1. Mostre que a área do trapézio $[ABCD]$ é dada pela função definida por

$$A(\alpha) = -\frac{\cos\alpha(1 + 3\operatorname{sen}\alpha)}{2}$$

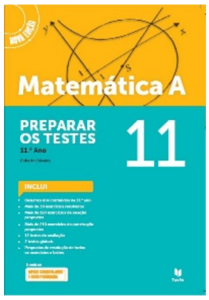
4.2. Para certo(s) valor(es) de α, a área do trapézio $[ABCD]$ é igual a $0{,}8$.

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, o(s) valor(es) de α.

Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) necessária(s);
- determine o(s) valor(es) de α com duas casas decimais.

FIM DO CADERNO 1



COTAÇÕES (Caderno 1)

Item	1.	2.1.	2.2.	3.1.	3.2.	4.1.	4.2.	
Cotação (em pontos)	14	8	13	8	8	13	14	**78**

Formulário

Trigonometria

$$\frac{\operatorname{sen} A}{a} = \frac{\operatorname{sen} B}{b} = \frac{\operatorname{sen} C}{c}$$

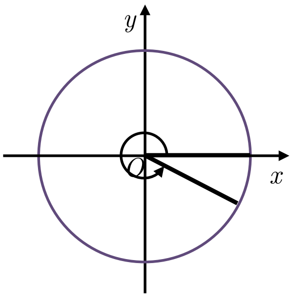
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

Caderno 2: 50 minutos
(não é permitido o uso de calculadora)

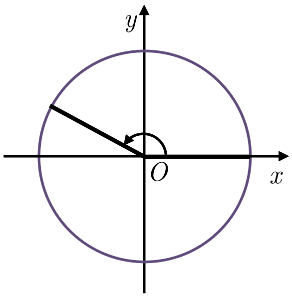
5. De um dado ângulo θ, sabe-se que $\operatorname{sen}(\theta) = -\frac{7}{8}$.

Em qual das figuras seguintes pode estar representado o ângulo θ?

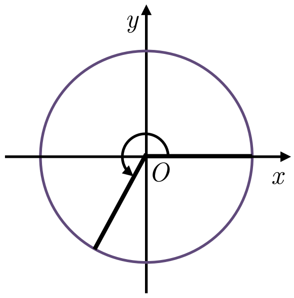
(A)



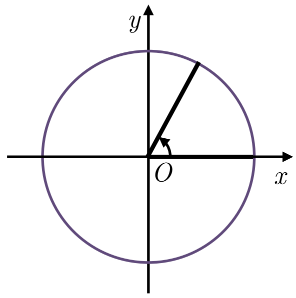
(B)



(C)



(D)



6. Qual é o valor de $\operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$?

(A) 0 **(B)** $\frac{\pi}{2}$ **(C)** $\frac{3\pi}{2}$ **(D)** π

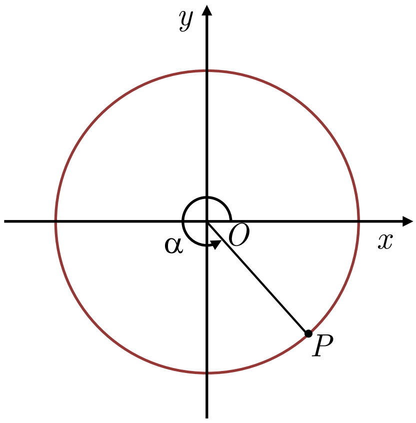
7. Considere a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 5 + 2\operatorname{sen}\left(\frac{x}{3}\right)$.

7.1. Determine o contradomínio da função f.

7.2. Prove que 6π é o período positivo mínimo da função f.

7.3. Calcule $f(4\pi) + 4\cos\left(\frac{11\pi}{3}\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4}\right)$.

8. Considere, na circunferência trigonométrica da figura, o ângulo de amplitude α assinalado na figura e que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e lado extremidade a semirreta $\dot{O}P$, sendo P um ponto da circunferência e do quarto quadrante.



Sabendo que a abcissa de P é $\frac{2}{3}$, determine o valor de $\operatorname{sen}(\alpha) \times \operatorname{tg}(\pi + \alpha)$

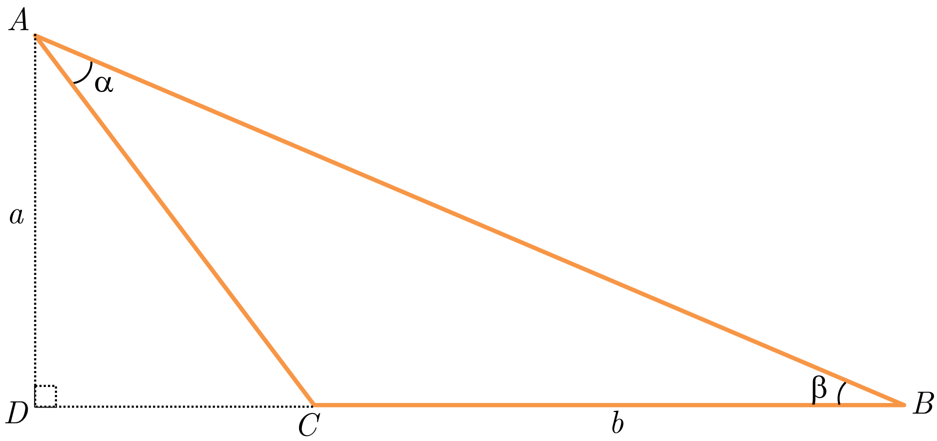
9. Determine os valores possíveis para $k \in \mathbb{R}$ de modo que seja possível a condição seguinte.

$$\cos x = \frac{4k+1}{2} \wedge x \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$$

10. Mostre que, desde que faça sentido, se tem, para todo o x:

$$\operatorname{tg}\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) \times \left[(\operatorname{tg}x + \cos x)^2 + \operatorname{sen}^2 x - 2\operatorname{sen}x\right] = -\frac{1}{\operatorname{sen}x \cos x}$$

11. Considere o triângulo obtusângulo $[ABC]$ seguinte.

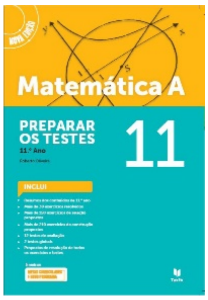


Sejam:

- α a amplitude do ângulo CAB;
- β a amplitude do ângulo ABC;
- a a medida da altura do triângulo $[ABC]$;
- b a medida da base do triângulo $[ABC]$.

Mostre que $\frac{a}{b} = \frac{\operatorname{sen}(\beta) \times \operatorname{sen}(\alpha + \beta)}{\operatorname{sen}(\alpha)}$.

Sugestão: Comece por mostrar que $A\widehat{C}D = \alpha + \beta$.



FIM DO TESTE

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item									
Cotação (em pontos)									
5.	**6.**	**7.1.**	**7.2.**	**7.3.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.**	
8	8	13	13	18	18	13	18	13	**122**
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)									**200**