**Sugestão de correção e cotações da Ficha de Avaliação 2**

|  |
| --- |
| **Grupo I** |
| **Questão** | **Proposta de resolução** | **Cotação** |
| **1** | **(A)**$$P\left(B\right)=P\left(B∩A\right)+P\left(B∩\overbar{A}\right)=$$$$=P\left(B∩A\right)+P\left(B|\overbar{A}\right)P\left(\overbar{A}\right)=$$$$=P\left(B∩A\right)+P\left(B|\overbar{A}\right)\left(1-P\left(A\right)\right)=$$$$=0,1+0,8\left(1-0,3\right)=$$$$=0,66$$ | **8** |
| **2** | **(C)**A quantidade de números pares com cinco algarismos é de $9 × 10^{3} × 5$.Destes números, a quantidade de números com exatamente 4 algarismos ímpares é de $5^{5}$.Assim, a probabilidade de selecionar um número com exatamente 4 algarismos ímpares de entre os números pares com 5 algarismos é de $\frac{5^{4}}{9×10^{3}}$. | **8** |
| **3** | **(A)**A área de um círculo de raio $r$ é dada por $πr^{2}$.Um hexágono regular inscrito numa circunferência pode ser decomposto em seis triângulos equiláteros geometricamente iguais. Determinemos, usando o teorema de Pitágoras, a altura, $h$, de cada um desses triângulos:$$h^{2}+\left(\frac{r}{2}\right)^{2}=r^{2}⇔$$$$⇔h^{2}=r^{2}-\frac{r^{2}}{4}⇔$$$$⇔h^{2}=\frac{3r^{2}}{4}⇔$$$$⇔h=\pm \frac{\sqrt{3}r}{2}$$Como $h>0$, $h=\frac{\sqrt{3}r}{2}$.A área do hexágono inscrito na circunferência de raio $r$ é dada por $6×\frac{r×\frac{\sqrt{3}r}{2}}{2}=\frac{3\sqrt{3}r^{2}}{2}$.Escolhendo um ponto do círculo ao acaso, a probabilidade de o ponto escolhido não pertencer ao hexágono mas pertencer ao círculo é dada por$1-\frac{\frac{3\sqrt{3}r^{2}}{2}}{πr^{2}}=1-\frac{3\sqrt{3}}{2π}$. | **8** |
| **4** | **(B)**Como os semáforos funcionam de forma independente, a probabilidade de no dia do seu aniversário o Francisco não encontrar semáforos vermelhos nas passadeiras a caminho do trabalho é dada por $\left(1-0,4\right)×\left(1-0,7\right)=0,18$. | **8** |
| **5** | **(B)**$P\left(\overbar{ C}\right)$ representa a probabilidade de a bola retirada da caixa 2 ser vermelha sabendo-se que as duas bolas retiradas da caixa 1 são da mesma cor.Como a caixa 1 tem apenas uma bola vermelha, sabe-se que foram retiradas duas bolas brancas da caixa 1 e colocadas na caixa 2, que assim fica com duas bolas brancas e uma vermelha.Logo, a probabilidade de a bola retirada da caixa 2 ser vermelha sabendo-se que as duas bolas retiradas da caixa 1 são da mesma cor é de $\frac{1}{3}$. | **8** |

**Grupo II**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Questão** | **Proposta de resolução** | **Cotação**  |
| **1.1** | O número total de jovens com idade superior ou igual a 20 anos é de$\frac{1}{3}×600=200$. O número total de jovens com idade inferior a 20 anos é de $600-200=400$. O número de formas diferentes de os cinco prémios serem distribuídos entre todos os jovens é dado por $$. O número de formas diferentes de os cinco prémios serem distribuídos entre os jovens com idade inferior a 20 anos é dado por $$.Assim, a probabilidade de todos os sorteados serem jovens com idade inferior a 20 anos é de $\frac{}{}$. | **15** | **45** |
| **1.2** | O acontecimento «pelo menos um dos sorteados ter 20 anos ou mais» é o acontecimento contrário do acontecimento «nenhum dos sorteados ter 20 anos ou mais», ou seja, é o contrário do acontecimento cuja probabilidade se determinou na alínea anterior.Logo, a probabilidade de pelo menos um dos sorteados ter 20 anos ou mais é de $1-\frac{}{}$. | **15** |  |
| **1.3** | O número de casos possíveis continua a ser de $$.O número de casos favoráveis é dado pelo produto do número diferente de formas de selecionar dois jovens com menos de 20 anos pelo número de formas diferentes de selecionar três jovens com 20 anos ou mais: $$.Assim, a probabilidade do acontecimento solicitado é de $\frac{}{}$. | **15** |
| **2** | Sabendo que $25 \%$ dos 200 candidatos são mulheres, sabemos que se candidataram às três vagas existentes 150 homens e 50 mulheres.O número de casos possíveis é de $=1313400$.O número de casos favoráveis é de $×=183750$.Assim, a probabilidade de serem selecionadas exatamente duas mulheres é de $\frac{183750}{1313400}=\frac{1225}{8756}$. | **15** |
| **3** | $$P\left(B|A\right)=\frac{P\left(B∩A\right)}{P\left(A\right)}=$$$$=\frac{P\left(B∩A\right)}{2\left(1-P\left(\overbar{A}∪\overbar{B}\right)\right)}=$$$$=\frac{P\left(B∩A\right)}{2\left(1-P\left(\overbar{A∩B}\right)\right)}=$$$$=\frac{P\left(B∩A\right)}{2\left(1-\left(1-P\left(A∩B\right)\right)\right)}=$$$$=\frac{P\left(B∩A\right)}{2P\left(A∩B\right)}=$$$$=\frac{1}{2}$$ | **20** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **4** | Consideremos os acontecimentos:$I$: «a canção foi cantada em inglês»$E$: «a canção foi um êxito»As informações dadas no enunciado podem ser traduzidas por: $P\left(I|E\right)=0,58$, $P\left(E|I\right)=0,54$ e $P\left(E\right)=0,7$.Pretende-se calcular $P\left(I\right)$.$$P\left(I|E\right)=0,58⇔\frac{P\left(I∩E\right)}{P\left(E\right)}=0,58⇔$$$$⇔\frac{P\left(I∩E\right)}{0,7}=0,58⇔$$$$⇔P\left(I∩E\right)=0,58×0,7⇔$$$$⇔P\left(I∩E\right)=0,406$$$$P\left(E|I\right)=0,54⇔\frac{P\left(E∩I\right)}{P\left(I\right)}=0,54⇔$$$$⇔\frac{0,406}{P\left(I\right)}=0,54⇔$$$$⇔\frac{0,406}{0,54}=P\left(I\right)⇔$$$$⇔P\left(I\right)=\frac{203}{270}$$ | **26** |
| **5** | Consideremos o acontecimento $A:$ «as quatro bolas retiradas não são da mesma cor».Como não existem quatro bolas brancas nem quatro bolas amarelas, tem-se:$$P\left(\overbar{A}\right)=P\left(as quatro bolas retiradas são pretas\right)=\frac{}{}=\frac{7}{66}.$$Logo,$$P\left(A\right)=1-\frac{}{}=1-\frac{7}{66}=\frac{59}{66}.$$ | **34** |
| **6.1** | Consideremos os acontecimentos: *I*: «o pacote escolhido está intacto»*P*: «o pacote escolhido tem pelo menos um biscoito partido».Do enunciado sabe-se que:$$P\left(P|\overbar{I}\right)=0,7$$$$P\left(\overbar{P}|I\right)=0,9$$$$P\left(\overbar{I}\right)=\frac{8}{160}=0,05$$Logo:$$P\left(P|\overbar{I}\right)=0,7⇔\frac{P\left(P∩\overbar{I}\right)}{P\left(\overbar{I}\right)}=0,7⇔$$$$⇔\frac{P\left(P∩\overbar{I}\right)}{0,05}=0,7⇔$$$$⇔P\left(P∩\overbar{I}\right)=0,7×0,05⇔$$$$⇔P\left(P∩\overbar{I}\right)=0,035$$$$P\left(\overbar{P}|I\right)=0,9⇔1-P\left(P|I\right)=0,9⇔$$$$⇔P\left(P|I\right)=0,1⇔$$$$⇔\frac{P\left(P∩I\right)}{P\left(I\right)}=0,1⇔$$$$⇔\frac{P\left(P∩I\right)}{1-P\left(\overbar{I}\right)}=0,1⇔$$$$⇔\frac{P\left(P∩I\right)}{1-0,05}=0,1⇔$$$$⇔\frac{P\left(P∩I\right)}{0,95}=0,1⇔$$$$⇔P\left(P∩I\right)=0,1×0,95⇔$$$$⇔P\left(P∩I\right)=0,095$$Portanto,$$P\left(P\right)=P\left(P∩I\right)+ P\left(P∩\overbar{I}\right)⇔$$$$⇔ P\left(P\right)=0,095+0,035⇔$$$$⇔ P\left(P\right)=0,13$$Escolhendo, ao acaso, um dos 160 pacotes, a probabilidade de ter pelo menos um biscoito partido é de $0,13$. | **10** | **20** |
| **6.2** | Os acontecimentos *I* e *P* são independentes se $P\left(P∩I\right)=P\left(P\right)×P\left(I\right)$.$$P\left(P∩I\right)=P\left(P\right)×P\left(I\right)⇔$$$$⇔ 0,095=0,13×0,95⇔$$$$⇔ 0,095=0,1235⇔$$$$⇔F$$Logo, os acontecimentos *I* e *P* não são independentes. | **10** |  |
| **7** | Numa experiência aleatória em que os acontecimentos elementares são equiprováveis, a probabilidade de um acontecimento $A$ é dada pelo quociente entre o número de casos favoráveis ao acontecimento $A$ e o número de casos possíveis — Lei de Laplace.Nesta situação o número de casos possíveis é igual ao número de formas de selecionar duas bolas quaisquer das catorze disponíveis, ou seja, é $$.Para que a soma dos números das bolas extraídas seja seis, temos duas situações: sai uma bola com o número 2 e uma bola com o número 4 ou saem duas bolas com o número três. O número de formas de selecionar uma bola com o número 2 e uma bola com o número 4 é de $3 × 4$. O número de formas de seleccionar duas bolas com o número 3 é de $$. Assim sendo, o número de casos favoráveis é de $3 × 4 + $.Portanto, pela Lei de Laplace, a probabilidade de a soma dos números das bolas ser igual a 6 é de$$\frac{3×4+}{}.$$ | **20** |