**Soluções das Fichas de trabalho**

FICHA DE TRABALHO 7 **Derivadas de funções reais de variável real**

**e aplicações**

1. **a)**  **g)**

**b)**  **h)**

**c)**  **i)**

**d)**  **j)**

**e)**  **k)**

**f)**  **l)**

1. **a)** IR \

**b)** IR \

1. **3.1**  **3.2**
2. **a)**  , concavidade voltada para cima.

**b)** , concavidade voltada para baixo.

**c)** , concavidade voltada para cima.

**d)** , concavidade voltada para cima.

**e)** , concavidade voltada para baixo.

**f)** , concavidade voltada para cima.

**g)** , concavidade voltada para baixo.

1. **a)**  . Concavidade voltada para cima, não tem pontos de inflexão.

**b)**  . Concavidade voltada para cima em , concavidade voltada para baixo em , não tem pontos de inflexão.

**c)**  Concavidade voltada para baixo em , concavidade voltada para cima em , ponto de inflexão em .

**d)** . Concavidade voltada para baixo em , concavidade voltada para cima em , não tem pontos de inflexão.

**e)** . Concavidade voltada para baixo em , concavidade voltada para cima em e em , tem 2 pontos de inflexão em .

**f)**  . Concavidade voltada para baixo em , concavidade voltada para cima em , não tem pontos de inflexão .

1. **6.1**

**6.2**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | 0 |  | 2 |  |
|  | + | 0 | – | n.d | – |
|  |  | P.I. |  |  |  |

O gráfico de tem concavidade voltada para cima no intervalo , concavidade voltada para baixo no intervalo e tem um ponto de inflexão em .

1. **a)** Como , pode concluir-se que a função admite um máximo relativo em

e um mínimo relativo em .

Como para , pode concluir-se que o gráfico da função admite um ponto de inflexão em 4 .

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  | máx. |  | mín. |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  | P.I |  |

**b)** Como e como , nada se pode concluir sobre a existência de máximo e mínimo relativo. Como os zeros de são 0 e 1, construindo o quadro de sinais de e de variação de , obtém-se:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | mín. |  |

Portanto, é decrescente no intervalo , crescente no intervalo , tem um mínimo relativo .

Como os zeros de são 0 e , construindo o quadro de sinais de e de sentido das concavidades de , obtém-se:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  | P.I. |  | P.I. |  |

Portanto, o gráfico de tem concavidade voltada para cima em e em , concavidade voltada para baixo em , e tem dois pontos de inflexão em 0 e .

**c)** Como , e , pode concluir-se sobre a existência de máximo relativo em e de mínimos relativos em e em .

Como os zeros de ’ são 0, e , construindo o quadro de sinais de e de variação de , obtém-se:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  | 0 |  |
|  |  | mín. |  | máx. |  | mín. |  |

Portanto, é decrescente nos intervalos e , crescente no intervalo e , tem dois mínimos relativos e um máximo relativo .

Como os zeros de são –1 e 1 , construindo o quadro de sinais de e de sentido das concavidades de f, obtém-se:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | P.I. |  |

Portanto, o gráfico de tem concavidade voltada para cima em e em , concavidade voltada para baixo em , e tem dois pontos de inflexão em .

1. **a)** Zeros:

Como IR , tem-se, IR , IR , pelo que IR .

Paridade:

Como para qualquer IR IR e a função é par .

Assíntotas:

A função é contínua por ser racional e tem domínio IR. Então, não existem assíntotas verticais ao gráfico de .

Como , a reta de equação é assíntota ao gráfico de em e em .

Monotonia e extremos:

Pela derivada do quociente, tem-se:

.

Como o zero de é 0 e IR ,, construindo o quadro de sinais de e de variação de , obtém-se:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  | + |  |
|  |  | 0 |  |
|  |  | mín. |  |

Portanto, é decrescente no intervalo e crescente no intervalo , tem um mínimo relativo .

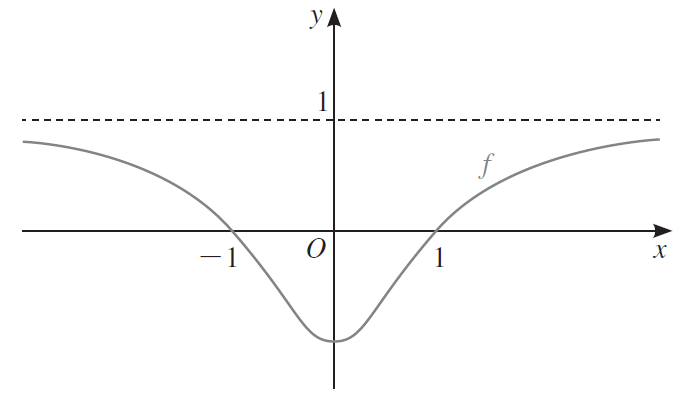
Concavidades e pontos de inflexão:

Calculando os zeros de , obtém-se .

Construindo o quadro de sinais da segunda derivada e do sentido das concavidades do gráfico de .

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  | + |  | + |  |
|  |  | 0 | + | 0 |  |
|  |  | P.I. |  | P.I. |  |

O gráfico de tem concavidade voltada para baixo nos intervalos e , concavidade voltada para cima no intervalo e tem dois pontos de inflexão de abcissas e .

Conjugando a informação recolhida neste estudo, pode traçar-se a seguinte representação para o gráfico de :

Pode ainda afirmar-se que –1 é o mínimo absoluto de e que o seu contradomínio é .

**b)** Zeros:

Como IR , tem-se, IR , IR , pelo que IR .

Paridade:

Como para qualquer IR , IR e

a função não é par nem ímpar.

Assíntotas:

A função é contínua por ser irracional e tem domínio IR . Então, não existem assíntotas verticais ao gráfico de .

Como não existem assíntotas horizontais ao gráfico de .

Tem-se que:

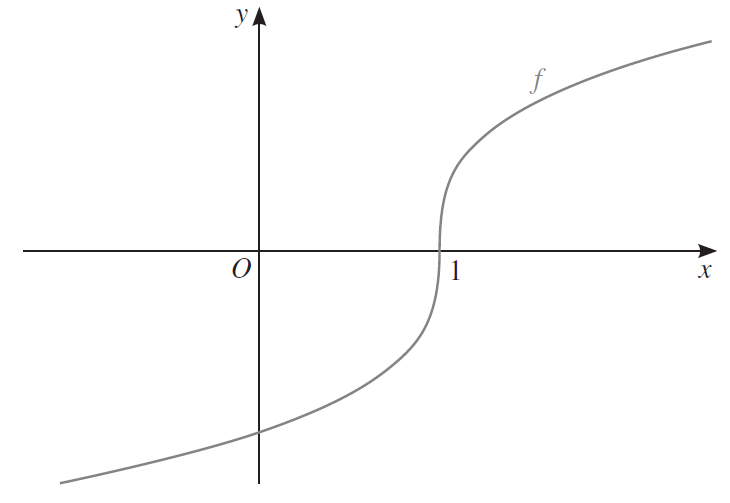
não existem assíntotas oblíquas ao gráfico de .

Monotonia e extremos:

Pela derivada da raiz, tem-se: .

Como não tem zeros, pois não é definida em , é sempre positiva, é estritamente crescente no seu domínio.

Concavidades e pontos de inflexão:

Constata-se que não tem zeros, no entanto, construindo o quadro de sinais da segunda derivada e do sentido das concavidades do gráfico de :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  | 0 |  |
|  | + | n.d. |  |
|  |  | P.I. |  |

O gráfico de tem concavidade voltada para baixo no intervalo e concavidade voltada para cima no intervalo e tem um ponto de inflexão de abcissas 1.

Conjugando a informação recolhida neste estudo, pode traçar-se a representação à direita para o gráfico de :

Pode ainda afirmar-se que não tem extremos e que o seu contradomínio é IR .

1. **9.1 a)** *v*

**b)**

**c)**

**d)**

**9.2** Velocidade mínima é 0 em *t* = 2 .

1. **11.1**

**11.2**

1. Quando o retângulo for um quadrado de lado .