

BANCO DE QUESTÕES – MATEMÁTICA A 12.º ANO

DOMÍNIO: Números Complexos

1. Seja $z = a + bi$, com $a, b \in \mathbb{R}$, um número complexo.

Mostra que $\operatorname{Re}(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$ e que $\operatorname{Im}(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$.

2. Considera um número complexo $w = a + bi$, com $a \in \mathbb{R}^+$ e $b \in \mathbb{R}^-$.

Em que quadrante do plano de Argand se localiza o afixo do número complexo $-\bar{w}$?

- (A) Primeiro (B) Segundo (C) Terceiro (D) Quarto

3. A condição em variável complexa $\operatorname{Im}(z) = -\operatorname{Re}(z)$ define, no plano complexo:

- (A) o eixo real;
 (B) o eixo imaginário;
 (C) a reunião das bissetrizes dos quadrantes ímpares;
 (D) a reunião das bissetrizes dos quadrantes pares.

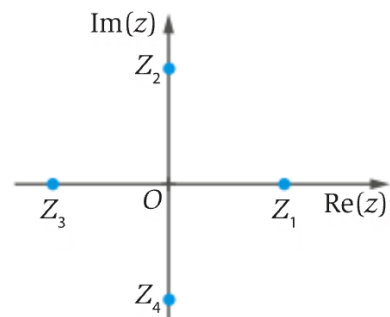
4. Resolve, em \mathbb{C} , a equação $z + 3i = 3\bar{z}$.

5. Seja $z = r e^{i\frac{3\pi}{4}}$ ($r > 0$) um número complexo.

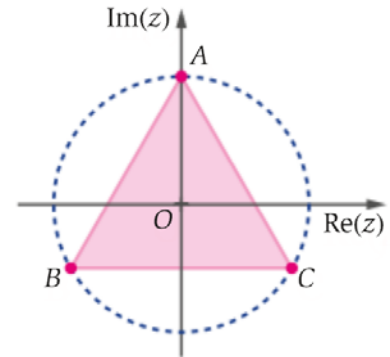
Na figura ao lado, estão representados os afixos de quatro números complexos.

Qual dos afixos corresponde ao número complexo $-\frac{z}{\bar{z}}$?

- (A) Z_1 (B) Z_2 (C) Z_3 (D) Z_4



6. Na figura seguinte, estão representados, no plano de Argand, uma circunferência de raio 1 e o triângulo $[ABC]$, inscrito nessa circunferência. Os pontos A , B e C são os afixos dos números complexos z_1 , z_2 e z_3 .



6.1 Apresenta z_1 , z_2 e z_3 na forma trigonométrica.

6.2 Mostra que $z_1^3 = z_2^3 = z_3^3$.

6.3 Identifica o número complexo z cujas três raízes cúbicas são z_1 , z_2 e z_3 . Escreve-o na forma algébrica.

7. Considera, em \mathbb{C} , a equação $z^4 = 16$.

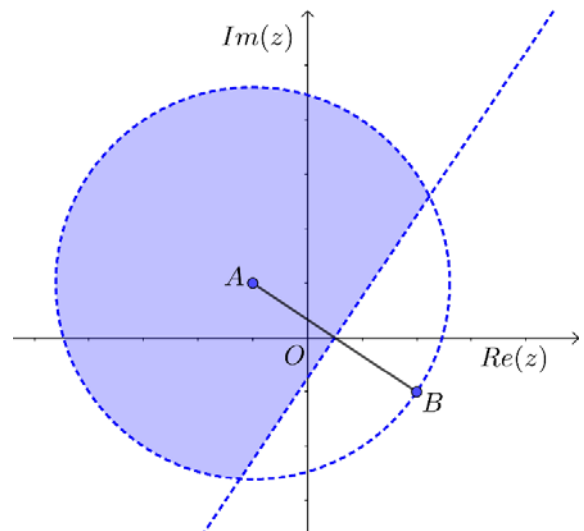
Os afixos dos números complexos que são solução desta equação são vértices de um polígono regular.

Representa esse polígono regular no plano complexo, identifica-o, e calcula a sua área.

8. Na figura ao lado, estão representados, no plano complexo:

- os pontos A e B , de coordenadas $(-1,1)$ e $(2,-1)$, respetivamente;
- o segmento de reta $[AB]$ e a sua mediatriz;
- a circunferência de centro A e raio $[AB]$.

Determina uma condição, em variável complexa, que defina o conjunto dos pontos representado a sombreado na figura, excluindo a fronteira.



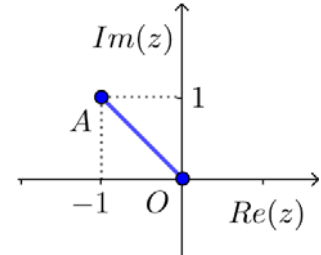
9. Qual das seguintes condições, em variável complexa, define o segmento de reta $[AO]$, representado no Plano de Argand, na figura ao lado?

(A) $\text{Arg}(z) = \frac{3\pi}{4}$

(B) $\text{Arg}(z) = \frac{3\pi}{4} \wedge |z| \leq 1$

(C) $|z| \leq \sqrt{2}$

(D) $\text{Arg}(z) = \frac{3\pi}{4} \wedge |z| \leq \sqrt{2}$



10. Considera os números complexos $z = 2e^{i\theta}$ e $w = -2 - 2i$.

Determina os valores de θ para os quais $\frac{2iz}{\bar{w}}$ é um número real.

SOLUÇÕES

2. (C)

3. (D)

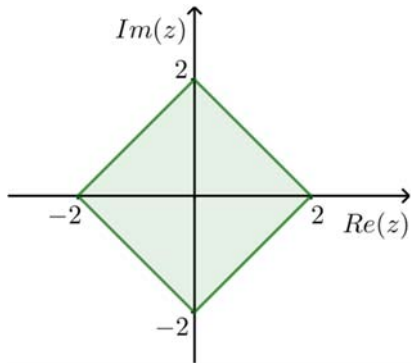
4. $z = \frac{9}{8} + \frac{3}{8}i$

5. (B)

6.1. $z_1 = e^{i\frac{\pi}{2}}$, $z_2 = e^{i\frac{7\pi}{6}}$ e $z_3 = e^{i\frac{11\pi}{6}}$.

6.3. $-i$

7. Quadrado de área 8.



8. $|z+1-i| < \sqrt{13} \wedge |z+1-i| < |z-2+i|$

9. (D)

10. $\theta = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$