1. $$\lim\left(3-\frac{2n+1}{n+2}\right)^n=\lim\left(\frac{3n+6-2n-1}{n+2}\right)^n=\lim\left(\frac{n+5}{n+2}\right)^n=$$

$$=\lim\left(\frac{1+\frac{5}{n}}{1+\frac{2}{n}}\right)^n=\frac{\lim\left(1+\frac{5}{n}\right)^n}{\lim\left(1+\frac{2}{n}\right)^n}=\frac{e^5}{e^2}=e^3$$

Resposta: Opção **(C)** e^3

2. Sabe-se que $f(26)=f\left(-\sqrt{3}\right)$.

$$\log_3(26+1)=2^k \Leftrightarrow \log_3 27=2^k \Leftrightarrow 2^k=3 \Leftrightarrow k=\log_2 3$$

Resposta: Opção **(A)** $\log_2 3$

3. $$\lim_{x\to1^+}\frac{x^2-1}{e^{x-1}-1}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to1^+}\frac{(x-1)(x+1)}{e^{x-1}-1}=\lim_{x\to1^+}\frac{x+1}{\frac{e^{x-1}-1}{x-1}}=\frac{\lim\limits_{x\to1^+}(x+1)}{\lim\limits_{x\to1^+}\frac{e^{x-1}-1}{x-1}}=\frac{2}{\lim\limits_{y\to0}\frac{e^y-1}{y}}=\frac{2}{1}=2$$

Fazendo $x-1=y$, se $x\to1$, então $y\to0$.

$$\lim_{x\to1^-}\frac{-2x+2}{x^2-3x+2}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim_{x\to1^-}\frac{-2(x-1)}{(x-1)(x-2)}=\lim_{x\to1^-}\frac{-2}{x-2}=2$$

$$f(1)=2$$

Como $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to1^1}f(x)=f(1)$, conclui-se que f é contínua em $x=1$.

As assíntotas verticais não existem, dado que a função é contínua no domínio (em $\mathbb{R}$).

Assíntotas horizontais:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-1}{e^{x-1}-1}\overset{\frac{\infty}{\infty}}{=}\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{e}\times\frac{e^x}{x^2}-\frac{1}{x^2}}=\frac{1}{+\infty}=0\,.$$

A reta $y=0$ é assíntota horizontal quando $x\to+\infty$.

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-2x+2}{x^2-3x+2}\overset{\frac{\infty}{\infty}}{=}\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{-2}{x}+\frac{2}{x^2}}{1-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}}=\frac{0}{1}=0$$

A reta $y=0$ é assíntota horizontal quando $x\to-\infty$

Resposta: A função é contínua em $x=1$ e a reta $y=0$ é assíntota horizontal.

4.1. $h(x)=x\ln(x+1)$

$$h'(x)=\left(x\ln(x+1)\right)'=\ln(x+1)+\frac{x}{x+1}$$

$$h'(\mathrm{e}-1)=\ln(\mathrm{e}-1+1)+\frac{\mathrm{e}-1}{\mathrm{e}-1+1}=1+\frac{\mathrm{e}-1}{\mathrm{e}}=2-\frac{1}{\mathrm{e}}$$

Resposta: Opção **(D)** $2-\frac{1}{\mathrm{e}}$

4.2. $h(x)=x\ln(x+1)$

$$h'(x)=\ln(x+1)+\frac{x}{x+1}$$

$$h''(x)=\left(\ln(x+1)+\frac{x}{x+1}\right)'=\frac{1}{x+1}+\frac{x+1-x}{(x+1)^2}=\frac{x+2}{(x+1)^2}$$

$$h''(\mathrm{e}-1)=\frac{\mathrm{e}-1+2}{(\mathrm{e}-1+1)^2}=\frac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}^2}$$

Resposta: A ordenada do ponto *A* é $\frac{\mathrm{e}+1}{\mathrm{e}^2}$.

5. $f(x)=\sqrt{x}\ln(x)$

$$f'(x)=\left(\sqrt{x}\ln(x)\right)'=\frac{\ln x}{2\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{x}=\frac{\ln x+2}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\frac{\ln x+2}{2\sqrt{x}}=0\Leftrightarrow\ln x=-2\Leftrightarrow x=\mathrm{e}^{-2}$$

x	0		e^{-2}	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
		$\searrow$	$f(\mathrm{e}^{-2})$	$\nearrow$

$$f\left(e^{-2}\right)=\sqrt{e^{-2}}\times\ln\left(e^{-2}\right)=\frac{1}{e}\times(-2)=-\frac{2}{e}$$

$-\dfrac{2}{e}$ é mínimo absoluto de f.

Se $x\in\left]0,\ e^{-2}\right]$, a função é decrescente.

Se $x\in\left[e^{-2},+\infty\right[$, a função é crescente.

6.

6.1. $f(x)=\dfrac{x}{e}\Leftrightarrow 2xe^{-\frac{x}{2}}=\dfrac{x}{e}\Leftrightarrow x\left(2e^{-\frac{x}{2}}-\dfrac{1}{e}\right)=0\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x=0\ \vee\ 2e^{-\frac{x}{2}}=\frac{1}{e}\Leftrightarrow x=0\ \vee\ e^{-\frac{x}{2}}=\frac{1}{2e}\Leftrightarrow x=0\ \vee\ -\frac{x}{2}=\ln\left(\frac{1}{2e}\right)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=0\ \vee\ x=2\ln(2e)\Leftrightarrow x=0\ \vee\ x=\ln\left(4e^2\right)=2+\ln 4$$

Como $c>0$, $c=2+\ln 4$.

Resposta: $c=2+\ln 4$

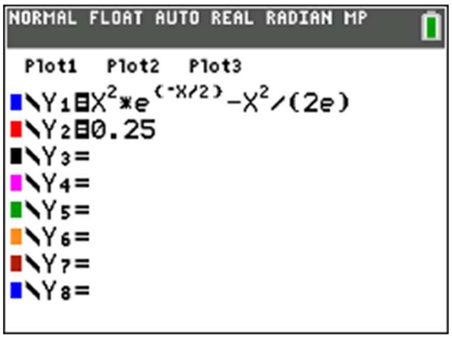
6.2. Seja A a área do triângulo definida em função de a.

$$A(a)=\left(f(a)-\frac{a}{e}\right)\times\frac{a}{2}\Leftrightarrow A(a)=\left(2ae^{-\frac{a}{2}}-\frac{a}{e}\right)\times\frac{a}{2}\Leftrightarrow A(a)=a^2e^{-\frac{a}{2}}-\frac{a^2}{2e}$$

Pretende-se resolver a equação:

$$A(a)=0{,}25\Leftrightarrow a^2e^{-\frac{a}{2}}-\frac{a^2}{2e}=0{,}25$$

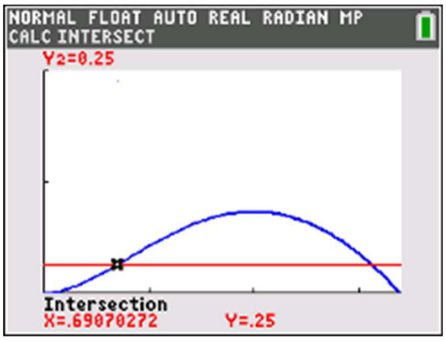
Inserem-se na calculadora as expressões $A(a)$ e 0,25 e determinam-se os pontos de interseção das representações gráficas obtidas.

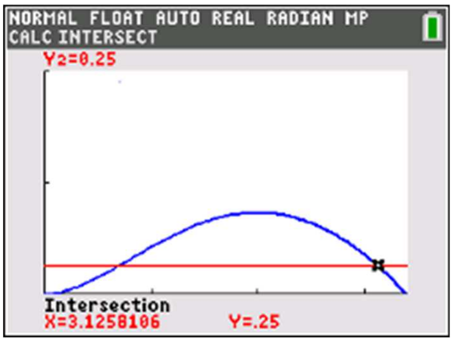


Utilizando uma janela adequada, por exemplo:

Xmin = 0 Xmax = 3,4 Ymin = 0 Ymax = 2

obtém-se:





Conclui-se que $a \approx 0,69 \quad \vee \quad a \approx 3,13$.