Proposta de teste de avaliação

Matemática A

12.º ANO DE ESCOLARIDADE

Duração: 90 minutos | **Data:**

Caderno 1

(é permitido o uso de calculadora)

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

---

1. Um saco contém treze bolas sendo nove brancas, numeradas de 1 a 9, e quatro pretas iguais entre si. As bolas apenas se distinguem pelo número e pela cor.

1.1. Tiram-se, ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco.
Qual é a probabilidade de a segunda bola extraída ter um número par sabendo que a primeira bola extraída foi preta?

(A) $\frac{4}{13}$ **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{5}{12}$ **(D)** $\frac{4}{9}$

1.2. Suponha agora que as treze bolas vão ser colocadas numa fila, encostadas umas às outras, da esquerda para a direita.

Quantas filas diferentes é possível formar de modo que as bolas com número ímpar fiquem no início da fila?

(A) 201 600 **(B)** 4 838 400 **(C)** 8400 **(D)** 8640

2. Seja h uma função real de variável real, contínua, de domínio $[-1,1]$.

Pode afirmar-se que:

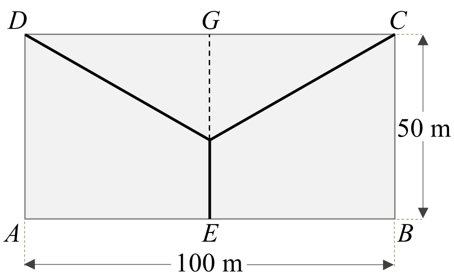
(A) A função h tem mínimo.

(B) A função h tem pelo menos um zero.

(C) $h(1)$ é o máximo da função h.

(D) O gráfico da função h pode ter uma assíntota.

3. Através da colocação de uma rede, pretende-se dividir em três partes um terreno agrícola retangular como é sugerido no esquema da figura ao lado:



O retângulo $[ABCD]$ representa o terreno e a linha formada pelos segmentos de reta $[EF]$, $[FD]$ e $[FC]$ representa a rede.

Sabe-se que:

- o ponto E é o ponto médio de $[AB]$;
- o ponto G é o ponto médio de $[DC]$;
- o ponto F é um ponto móvel que pertence a $[EG]$;
- x é a amplitude, em radianos, do ângulo FDG, com $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$;
- os lados representados por $[AB]$ e $[BC]$ medem, respetivamente, 100 m e 50 m.

3.1. Mostre que o comprimento, L, em metros, da rede pode ser dado, em função de x, por

$$L(x) = 50 + \frac{50(2 - \sin x)}{\cos x}$$

3.2. Sabendo que $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4}$ e $\tan \alpha = \frac{5}{12}$, mostre que para $x = \alpha$ o comprimento da rede é igual a 137,5 m.

3.3. Determine o comprimento da rede se o campo ficar dividido em três partes com a mesma área. Apresente o resultado em metros arredondado às décimas.

3.4. Mostre que a função derivada de L é dada por $L'(x) = \frac{50(2\sin x - 1)}{\cos^2 x}$.

3.5. Determine o valor de x para o qual o comprimento da rede é mínimo.

Fim do Caderno 1

COTAÇÕES (Caderno 1)

Item								
Cotação (em pontos)								
1.1.	**1.2.**	**2.**	**3.1.**	**3.2.**	**3.3.**	**3.4.**	**3.5.**	
10	10	10	14	14	14	14	14	**100**

Caderno 2

(não é permitido o uso de calculadora)

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identificam a opção escolhida.

---

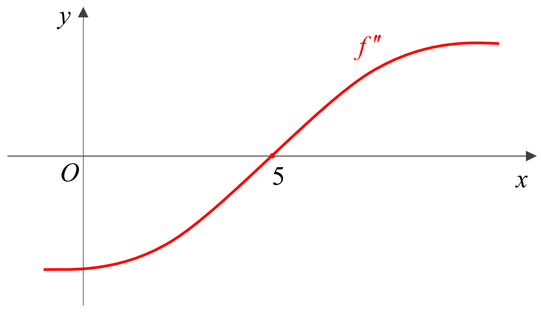
4. Considere a função g, de domínio $]-\infty, \pi]$, definida por

$$g(x)=\begin{cases} x+\sqrt{4-x} & \text{se } x\leq 0 \\ \dfrac{\sin(4x)}{x+\sin x} & \text{se } 0<x\leq \pi \end{cases}$$

4.1. Mostre que a função g é contínua no ponto $x=0$.

4.2. Estude a função g quanto à existência de assíntotas ao seu gráfico.

5. Na figura está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de f'', segunda derivada de uma função f, de domínio $\mathbb{R}$.



Qual das afirmações seguintes é **falsa**?

(A) O ponto do gráfico da função f com abcissa 5 é um ponto de inflexão.

(B) $f'(0)>f'(5)$ (f' é a primeira derivada de f).

(C) O gráfico da função f tem a concavidade voltada para baixo em $[0,5]$.

(D) A reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abcissa 5 é, entre todas as retas tangentes ao gráfico, a que tem declive máximo.

6. Seja f a função, de domínio $[0, \pi]$, definida por $f(x) = x\sin(2x) + \cos(2x)$ e seja r a reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $\frac{\pi}{4}$.

6.1. Mostre que a reta r é paralela à bissetriz dos quadrantes pares.

6.2. Qual dos pontos cujas coordenadas a seguir se indicam pertence à reta r?

(A) $A\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right)$ **(B)** $B\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$

(C) $C\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ **(D)** $D\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

6.3. Mostre que f'', segunda derivada de f, é definida por $f''(x) = -4x\sin(2x)$.

6.4. Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

7. Um ponto P desloca-se numa reta numérica durante um intervalo de tempo I, de tal forma que a respetiva abcissa é dada por $x(t) = 2\sin\left(\frac{\pi}{3} - \pi t\right)$, com $t \in I$.

Qual é o ângulo de **fase** deste oscilador harmónico?

(A) $\frac{\pi}{3}$ **(B)** $-\pi$ **(C)** 2 **(D)** $\frac{\pi}{6}$

Fim da prova

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item								
Cotação (em pontos)								
4.1.	**4.2.**	**5.**	**6.1.**	**6.2.**	**6.3.**	**6.4.**	**7.**	
14	14	10	14	10	14	14	10	**100**
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)								**200**

Anexo

Formulário

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência:

αr (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

Área de um polígono regular: *Semiperímetro* $\times$ *Apótema*

Área de um sector circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$ (r – raio)

Volume de uma pirâmide: $\frac{1}{3} \times$ *Área da base* $\times$ *Altura*

Volume de um cone: $\frac{1}{3} \times$ *Área da base* $\times$ *Altura*

Volume de uma esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$ (r – raio)

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n):

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

Trigonometria

$\operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen} a \cos b + \operatorname{sen} b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$

$\frac{\operatorname{sen} A}{a} = \frac{\operatorname{sen} B}{b} = \frac{\operatorname{sen} C}{c}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

Complexos

$(\rho \operatorname{cis} \theta)^n = \rho^n \operatorname{cis}(n\theta)$ ou $(\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$

$\sqrt[n]{\rho \operatorname{cis} \theta} = \sqrt[n]{\rho} \operatorname{cis}\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)$ ou $\sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho}\, e^{i\frac{\theta + 2k\pi}{n}}$

($k \in \{0, \ldots, n-1\}$ e $n \in \mathbb{N}$)

Probabilidades

$\mu = p_1 x_1 + \ldots + p_n x_n$

$\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \ldots + p_n (x_n - \mu)^2}$

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$

Regras de derivação

$(u + v)' = u' + v'$

$(u\,v)' = u'\,v + u\,v'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\,v - u\,v'}{v^2}$

$(u^n)' = n\,u^{n-1}\,u' \quad (n \in \mathbb{R})$

$(\operatorname{sen} u)' = u' \cos u$

$(\cos u)' = -u' \operatorname{sen} u$

$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$

$(e^u)' = u'\,e^u$

$(a^u)' = u'\,a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

Limites notáveis

$\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$

$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$

$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

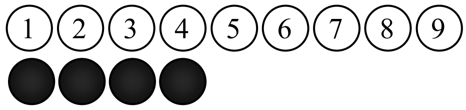
$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$

Proposta de resolução

Caderno 1

1. Bolas brancas: 9

Bolas pretas: 4



1.1. Se a primeira bola extraída foi preta, ficaram no saco 12 bolas entre as quais quatro são numeradas com número par (2, 4, 6 e 8).

Logo, a probabilidade pedida é igual a $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Resposta: (B)

1.2. As cinco bolas com número ímpar podem ser ordenadas, no início da fila, de $5!$ maneiras diferentes.

Os lugares para as quatro bolas com números pares podem ser escolhidos, nos restantes oito lugares da fila, de ${}^{8}A_{4}$ maneiras diferentes.

As quatro bolas pretas, por serem iguais entre si, ocuparão os restantes quatro lugares de forma única.

Portanto, é possível formar $5! \times {}^{8}A_{4} = 201\,600$ filas diferentes.

Em alternativa, poderíamos considerar:

$$5! \times \frac{8!}{4!} = 201\,600$$

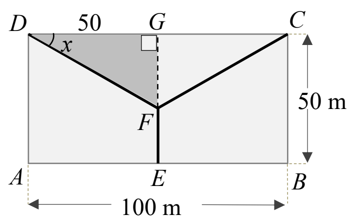
Número de maneiras de ordenar 8 bolas entre as quais há 4 iguais

Resposta: (A)

2. Sendo h uma função real de variável real contínua em $[-1, 1]$ então h admite máximo e mínimo absolutos (teorema de Weierstrass). Logo, a função h tem mínimo.

Resposta: (A)

3. **3.1.** $\frac{\overline{FG}}{\overline{DG}} = \tan x \Leftrightarrow \frac{\overline{FG}}{50} = \tan x \Leftrightarrow \overline{FG} = 50 \tan x$



$$\frac{\overline{DG}}{\overline{DF}} = \cos x \Leftrightarrow \frac{50}{\overline{DF}} = \cos x \Leftrightarrow \overline{DF} = \frac{50}{\cos x}$$

$$\overline{EF} = 50 - \overline{FG} = 50 - 50 \tan x$$

$$L = \overline{EF} + \overline{DF} + \overline{FC} = \overline{EF} + 2\overline{DF}$$

$$L(x) = 50 - 50 \tan x + 2 \times \frac{50}{\cos x}$$

$$L(x) = 50 - \frac{50 \sin x}{\cos x} + \frac{100}{\cos x}$$

$$L(x) = 50 + \frac{100 - 50 \sin x}{\cos x}$$

$$L(x) = 50 + \frac{50(2 - \sin x)}{\cos x}$$

3.2. $0 \le \alpha \le \frac{\pi}{4}$ e $\tan\alpha = \frac{5}{12}$

$$1+\tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$1+\left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow 1+\frac{25}{144} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow \frac{144+25}{144} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{169}{144} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow \cos^2\alpha = \frac{144}{169} \Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{144}{169}}$$

Como $0 \le \alpha \le \frac{\pi}{4}$, $\cos\alpha = \frac{12}{13}$.

$$\tan\alpha = \frac{5}{12} \Leftrightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{5}{12} \Leftrightarrow \sin\alpha = \cos\alpha \times \frac{5}{12}$$

$$\sin\alpha = \frac{12}{13}\times\frac{5}{12} = \frac{5}{13}$$

$$L(\alpha) = 50 + \frac{50(2-\sin\alpha)}{\cos\alpha} = 50 + \frac{50\left(2-\frac{5}{13}\right)}{\frac{12}{13}} =$$

$$= 50 + \frac{13}{12}\times 50 \times \frac{21}{13} = 50 + \frac{50\times 7}{4} = 137,5$$

$L(\alpha) = 137,5$ m

3.3. Área do terreno = $100 \times 50\ \text{m}^2 = 5000\ \text{m}^2$

Como os trapézios $[AEFD]$ e $[EBCF]$ têm áreas iguais, para que o campo fique dividido em três partes com a mesma área basta que a área do triângulo $[DFC]$ seja igual à terça parte da área total.

$$\text{Área}_{[DFC]} = \frac{\overline{DC}\times\overline{FG}}{2} = \frac{100\times 50\tan x}{2} = 2500\tan x$$

$$\text{Área}_{[DFC]} = \frac{5000}{3} \Leftrightarrow 2500\tan x = \frac{5000}{3} \Leftrightarrow \tan x = \frac{2}{3}$$

Como $0 \le x \le \frac{\pi}{4}$, $\tan x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \arctan\left(\frac{2}{3}\right)$

$$\arctan\frac{2}{3} \approx 0,588 \text{ rad}$$

$$L(0,588) = 50 + \frac{50(2-\sin 0,588)}{\cos 0,588} \approx 136,9$$

O comprimento da rede é aproximadamente igual a 136,9 metros.

3.4. $L'(x)=50'+50\left(\dfrac{2-\sin x}{\cos x}\right)'=0+50\times\dfrac{(2-\sin x)'\cos x-(2-\sin x)(\cos x)'}{\cos^2 x}=$

$$=50\times\frac{-\cos x\cos x-(2-\sin x)(-\sin x)}{\cos^2 x}=50\times\frac{-\cos^2 x+(2-\sin x)\sin x}{\cos^2 x}=$$

$$=50\times\frac{-\cos^2 x-\sin^2 x+2\sin x}{\cos^2 x}=50\times\frac{-1+2\sin x}{\cos^2 x}$$

$$L'(x)=\frac{50(2\sin x-1)}{\cos^2 x}$$

3.5. $L'(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{50(2\sin x-1)}{\cos^2 x}=0\wedge 0\leq x\leq\dfrac{\pi}{4}\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 2\sin x-1=0\wedge\cos^2 x\neq 0\wedge 0\leq x\leq\frac{\pi}{4}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin x=\frac{1}{2}\wedge 0\leq x\leq\frac{\pi}{4}\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}$$

O sinal de $L'(x)$ depende apenas do sinal de $2\sin x-1$.

x	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{4}$
L'	$-$	$-$	0	$+$	$+$
L		$\searrow$	Mín.	$\nearrow$	

O comprimento da rede é mínimo para $x=\dfrac{\pi}{6}$ rad.

Caderno 2

4. **4.1.** g é contínua em $x=0$ se existir $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$.

$$\lim_{x\to 0^-} g(x)=\lim_{x\to 0^-}\left(x+\sqrt{4-x}\right)=0+\sqrt{4-0}=2$$

$$\lim_{x\to 0^+} g(x)=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin(4x)}{x+\sin x}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{\sin(4x)}{x}}{\frac{x+\sin x}{x}}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{4\sin(4x)}{4x}}{1+\frac{\sin x}{x}}=$$

$$=\frac{4\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\sin(4x)}{4x}}{1+\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x}}=\frac{4\lim\limits_{y\to 0^+}\frac{\sin y}{y}}{1+1}=\frac{4\times 1}{2}=2$$

$y=4x$
Se $x\to 0^+$, $y\to 0^+$

$$g(0)=0+\sqrt{4-0}=2$$

Como $\lim\limits_{x\to 0^-} g(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=g(0)$, existe $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$.

Logo, a função g é contínua no ponto $x=0$.

4.2. Como g é contínua em $]-\infty, 0]$, o seu gráfico não tem assíntotas verticais.

Seja $y = mx + b$ a assíntota quando $x \to -\infty$, se existir.

$$m = \lim_{x\to-\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x+\sqrt{4-x}}{x} \overset{\left(\frac{\infty}{\infty}\right)}{=} \lim_{x\to-\infty} \frac{x+\sqrt{x^2\left(\frac{4}{x^2}-\frac{1}{x}\right)}}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x+|x|\sqrt{\frac{4}{x^2}-\frac{1}{x}}}{x} =$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{x - x\sqrt{\frac{4}{x^2}-\frac{1}{x}}}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x\left(1-\sqrt{\frac{4}{x^2}-\frac{1}{x}}\right)}{x} = \lim_{x\to-\infty}\left(1-\sqrt{\frac{4}{x^2}-\frac{1}{x}}\right) = 1-0=1$$

$$b = \lim_{x\to-\infty}\left(g(x)-mx\right) = \lim_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{4-x}-x\right) = \lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4-x}\right) = +\infty$$

Não existe assíntota quando $x \to -\infty$.

Dado que $D_g =]-\infty, \pi]$, o gráfico de g também não tem assíntota quando $x \to +\infty$.

Portanto, o gráfico de g também não tem assíntotas.

5. Do conhecimento do sinal de f'' podemos tirar as conclusões a seguir resumidas sobre as funções f' e f:

x		5	
f''	–	0	+
f'	↘	Mín	↗
f	∩	P.I.	∪

Assim,

- o ponto do gráfico da função f com abcissa 5 é um ponto de inflexão;
- como f' é decrescente em $[0, 5]$, $f'(0) > f'(5)$;
- o gráfico da função f tem a concavidade voltada para baixo em $[0, 5]$.
- f' tem um mínimo para $x = 5$. Logo, é falso que a reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abcissa 5 tenha declive máximo.

Resposta: (D)

6. $f(x) = x\sin(2x) + \cos(2x)$, $x \in [0, \pi]$

6.1. $f'(x) = \left(x\sin(2x)\right)' + \left(\cos(2x)\right)' =$

$$= x'\sin(2x) + x\left(\sin(2x)\right)' - (2x)'\sin(2x) =$$

$$= \sin(2x) + x \times 2\cos(2x) - 2\sin(2x) = 2x\cos(2x) - \sin(2x)$$

O declive da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $\frac{\pi}{4}$ é igual a $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\times\frac{\pi}{4}\times\cos\left(2\times\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(2\times\frac{\pi}{4}\right) =$$

$$= \frac{\pi}{2}\times\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}\times 0 - 1 = -1$$

Portanto, a reta r tem declive -1, ou seja, é paralela à bissetriz dos quadrantes pares.

6.2. Como a reta r tem declive -1, a sua equação reduzida é da forma $y = -x + b$.

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} \times \sin\left(2 \times \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(2 \times \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} \times \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4} \times 1 + 0 = \frac{\pi}{4}$$

O ponto de coordenadas $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ pertence à reta r:

$$\frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + b \Leftrightarrow b = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow b = \frac{\pi}{2}$$

$\frac{\pi}{2}$ é a ordenada na origem. Logo, o ponto de coordenadas $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pertence à reta r.

Resposta: (C)

6.3. $f''(x) = \left(2x\cos(2x)\right)' - \left(\sin(2x)\right)' =$

$$= (2x)'\cos(2x) + 2x\left(\cos(2x)\right)' - (2x)'\cos(2x) =$$

$$= 2\cos(2x) - 2x \times 2\sin(2x) - 2\cos(2x) = -4x\sin(2x)$$

6.4. $f''(x) = 0 \Leftrightarrow -4x\sin(2x) = 0 \wedge x \in [0, \pi] \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \left(-4x = 0 \vee \sin(2x) = 0\right) \wedge 2x \in [0, 2\pi] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x = 0 \vee 2x = 0 \vee 2x = \pi\right) \wedge 2x \in [0, 2\pi] \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{\pi}{2}$$

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
$-4x$	0	$-$	$-$	$-$	$-$
$\sin(2x)$	0	$+$	0	$-$	0
f''	0	$-$	0	$+$	0
f		$\cap$	-1	$\cup$	
			P.I.		

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \times \sin\left(2 \times \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(2 \times \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \times \sin\pi + \cos\pi = \frac{\pi}{2} \times 0 - 1 = -1$$

O gráfico da função f tem a concavidade voltada para baixo em $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ e voltada para cima em $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$. O ponto de coordenadas $\left(\frac{\pi}{2}, -1\right)$ é um ponto de inflexão.

7. $x(t) = 2\sin\left(\frac{\pi}{3} - \pi t\right) = 2\cos\left[\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{3} - \pi t\right)\right] = 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + \pi t\right) = 2\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$

O ângulo de fase do oscilador harmónico é $\frac{\pi}{6}$.

Resposta: (D)