

Máximo
Matemática A 12

Proposta de teste de avaliação

Matemática A

12.º ANO DE ESCOLARIDADE

Duração: 90 minutos | Data:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

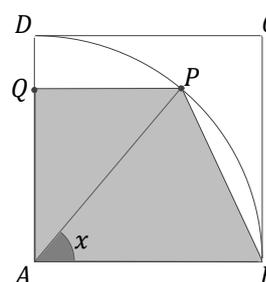
Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. O código para desbloquear um telemóvel é constituído por uma sequência de quatro algarismos. Quantos desses códigos podem ser formados por exatamente dois algarismos diferentes como, por exemplo, 0770 ou 1121?
- (A) 1440 (B) 1260 (C) 720 (D) 630

2. Na figura, está representado o quadrado $[ABCD]$ de lado 2.

Sabe-se que:

- BD é um arco de circunferência de centro A ;
- o ponto P se desloca ao longo do arco BD e que o ponto Q se desloca ao longo do segmento de reta $[AD]$, de tal forma que $[QP]$ é sempre paralelo a $[AB]$



Para cada posição do ponto P , seja x a amplitude, em radianos, do ângulo BAP $\left(x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$

e seja $A(x)$ a área do trapézio $[ABPQ]$.

- 2.1. Mostre que $A(x) = 2 \sin x + \sin(2x)$.
- 2.2. Mostre que existe um valor de x compreendido entre $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{\pi}{4}$ para o qual a área do trapézio $[ABPQ]$ é igual à área do triângulo $[ABC]$.
- 2.3. Determine o valor de x para o qual a área do trapézio $[ABPQ]$ é máxima.

Proposta de teste de avaliação

3. Considere a função f , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = \frac{\ln \sqrt{x}}{3}$.

Seja (u_n) a sucessão de termo geral $u_n = \left(\frac{n+4}{n+3}\right)^{3n}$.

Qual é o valor de $\lim f(u_n)$?

- (A) 3 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{3}{2}$

4. Considere a função f , de domínio $[0, 8]$, definida por $f(x) = 2 + \frac{4}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$.

4.1. Uma das soluções da equação $f(x) = f(a)$ é

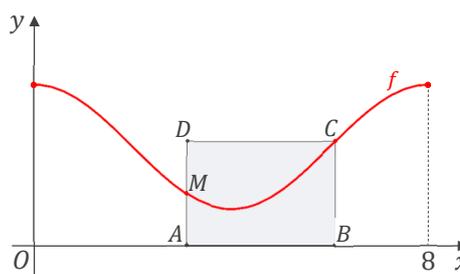
- (A) $\pi - a$ (B) $\pi + a$ (C) $8 - a$ (D) $8 + a$

4.2. A reta r de equação $y = -x + b$ é tangente ao gráfico de f .

Determine o valor de b .

4.3. Na figura estão representados:

- o gráfico da função f ;
- o retângulo $[ABCD]$



Sabe-se que

- os pontos A e B pertencem ao eixo Ox ;
- M é o ponto médio de $[AD]$;
- os pontos M e C pertencem ao gráfico de f ;
- $\overline{AB} = 3$.

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a abscissa do ponto A .

Na sua resposta deve:

- equacionar o problema;
- reproduzir, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver o problema;
- apresentar o valor pedido arredondado às centésimas.

Proposta de teste de avaliação

5. Para um certo valor real a , seja f a função definida, em \mathbb{R} , por $f(x) = x^3 + ax^2$.
- 5.1. Justifique que, qualquer que seja o valor de a , a reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa nula é paralela ao eixo Ox .
- 5.2. Sabendo que o gráfico da função f tem um ponto de inflexão de abscissa 2, o valor de a é:
- (A) -6 (B) 6 (C) -3 (D) 3

6. Considere que existem três caixas, tais que:
- a caixa 1 tem bolas brancas e bolas pretas, em igual número;
 - a caixa 2 tem apenas bolas brancas;
 - a caixa 3 está vazia.

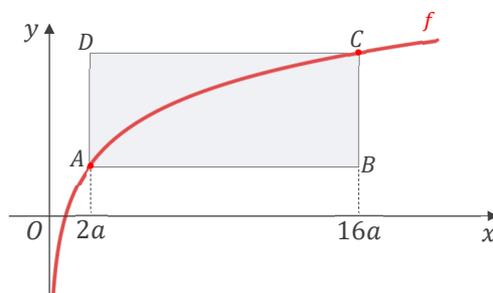
As bolas são indistinguíveis ao tato.

- 6.1. Considere a experiência que consiste em retirar, ao acaso, uma bola de cada uma das caixas 1 e 2, colocá-las na caixa 3 e retirar, em seguida e também ao acaso, uma bola da caixa 3. Sabendo que a bola retirada da caixa 3 é branca, determine a probabilidade de as duas bolas aí colocadas serem uma de cada cor.

- 6.2. Admita agora que todas as bolas são colocadas num saco. Sabe-se que:
- na extração, ao acaso, de uma bola do saco, a probabilidade de esta ser preta é $\frac{1}{4}$;
 - a extração ao acaso, sucessivamente e sem reposição, de duas bolas do saco, a probabilidade de serem ambas pretas é $\frac{2}{35}$.

Determine o número de bolas pretas que estão no saco.

7. Na figura está parte da representação gráfica da função f , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = \log_2 x$, bem como o retângulo $[ABCD]$ de lados paralelos aos eixos coordenados.



Os pontos A e C pertencem ao gráfico da função f e têm, para determinado número real a positivo, abscissas $2a$ e $16a$, respetivamente.

Sabendo que, para certo valor de k , a área do retângulo $[ABCD]$ é igual a ka , o valor de k é:

- (A) 42 (B) 112 (C) 196 (D) 224

8. Para certos números reais k e m , é contínua a função f , de domínio $]-2, +\infty[$, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(kx)}{x^2 + 2x} & \text{se } -2 < x < 0 \\ m & \text{se } x = 0 \\ \frac{1 - e^{-2x}}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

8.1. Qual é o valor de k ?

- (A) 4 (B) 2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$

8.2. Qual é o valor de m ?

- (A) 4 (B) 2 (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

8.3. Quanto à existência de assíntotas do gráfico de f , pode afirmar-se que:

- (A) o eixo Oy é uma assíntota.
 (B) o eixo Ox é uma assíntota.
 (C) a reta de equação $y = x$ é uma assíntota.
 (D) o gráfico de f não tem assíntotas.

FIM

Cotações:

Item																
Cotação (em pontos)																
1.	2.1.	2.2.	2.3.	3.	4.1.	4.2.	4.3.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.	7.	8.1.	8.2.	8.3.	
10	15	15	15	10	10	15	15	15	10	15	15	10	10	10	10	200

Anexo

Formulário

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência:

αr (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

Área de um polígono regular: *Semiperímetro* \times *Apótema*

Área de um sector circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$ (r – raio)

Volume de uma pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Volume de um cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Volume de uma esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$ (r – raio)

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n) :

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

Trigonometria

$\text{sen}(a + b) = \text{sen} a \cos b + \text{sen} b \cos a$

$\text{cos}(a + b) = \text{cos} a \cos b - \text{sen} a \text{sen} b$

Complexos

$(\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$

$\sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho} e^{i\frac{\theta + 2k\pi}{n}}$ ($k \in \{0, \dots, n-1\}$ e $n \in \mathbb{N}$)

Regras de derivação

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(u^n)' = n u^{n-1} u' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$(\text{sen } u)' = u' \cos u$$

$$(\text{cos } u)' = -u' \text{sen } u$$

$$(\text{tg } u)' = \frac{u'}{\text{cos}^2 u}$$

$$(e^u)' = u' e^u$$

$$(a^u)' = u' a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

Limites notáveis

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$

Proposta de resolução

1. Os dois algarismos a utilizar podem ser escolhidos de ${}^{10}C_2$ maneiras diferentes.

Escolhidos os dois algarismos, temos duas maneiras de escolher aquele que fica em cada uma das quatro posições, ou seja, há $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$ opções. Como se pretende que na sequência figurem exatamente dois algarismos diferentes, temos de excluir as duas opções em que só figura um algarismo. Temos, assim, $2^4 - 2$ maneiras de formar um código com os dois algarismos escolhidos. Portanto, podem ser formados ${}^{10}C_2 \times (2^4 - 2) = 45 \times 14 = 630$ códigos com exatamente dois algarismos diferentes.

Resposta: (D)

2. Seja R o ponto de $[AB]$ tal que $PR \perp AB$.

$$\overline{AP} = \overline{AD} = \overline{AB} = 2$$

- 2.1. Tem-se:

$$\sin x = \frac{\overline{PR}}{\overline{AP}} = \frac{\overline{PR}}{2} \text{ pelo que } \overline{PR} = 2 \sin x$$

$$\cos x = \frac{\overline{AR}}{\overline{AP}} = \frac{\overline{QP}}{2} \text{ pelo que } \overline{QP} = 2 \cos x$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{\overline{AB} + \overline{QP}}{2} \times \overline{PR}$$

$$A(x) = \frac{2 + 2 \cos x}{2} \times 2 \sin x = \frac{2(1 + \cos x)}{2} \times 2 \sin x =$$

$$= (1 + \cos x) \times 2 \sin x = 2 \sin x + 2 \sin x \cos x = 2 \sin x + \sin(2x)$$

$$A(x) = 2 \sin x + \sin(2x)$$

- 2.2. $\text{Área}_{[ABC]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{BC}}{2} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$

A função A é contínua no seu domínio, $\left]0, \frac{\pi}{2}\right]$, por ser definida pela composta, produto e soma e de funções contínuas.

Como $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right] \subset \left]0, \frac{\pi}{2}\right]$, a função A é contínua em $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right]$.

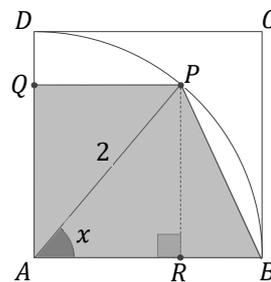
$$A\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{6} + \sin\left(2 \times \frac{\pi}{6}\right) = 2 \times \frac{1}{2} + \sin \frac{\pi}{3} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} < 2 \text{ porque } \sqrt{3} < 2$$

$$A\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{4} + \sin\left(2 \times \frac{\pi}{4}\right) = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin \frac{\pi}{2} = \sqrt{2} + 1 > 2 \text{ porque } \sqrt{2} > 1$$

Como $A\left(\frac{\pi}{6}\right) < 2 < A\left(\frac{\pi}{4}\right)$, podemos concluir, pelo Teorema de Bolzano-Cauchy, que existe

um valor de x compreendido entre $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{\pi}{4}$ para o qual a área do trapézio $[ABPQ]$ é igual 2,

ou seja, é igual à área do triângulo $[ABC]$.



$$2.3. \quad A'(x) = [2 \sin x + \sin(2x)]' = 2 \cos x + (2x)' \cos(2x) = 2 \cos x + 2 \cos(2x)$$

$$A'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x + 2 \cos(2x) = 0 \Leftrightarrow \cos x + \cos(2x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos(2x) = -\cos x \Leftrightarrow \cos(2x) = \cos(\pi - x) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x = \pi - x + 2k\pi \vee 2x = -\pi + x + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x = \pi + 2k\pi \vee x = -\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi + 2k\pi}{3} \vee x = -\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Portanto, no intervalo $]0, \frac{\pi}{2}[$, $A'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3}$.

x	0		$\frac{\pi}{3}$		$\frac{\pi}{2}$
A'		+	0.	-	
A		\nearrow	Máx.	\searrow	

A área do trapézio $[ABPQ]$ é máxima para $x = \frac{\pi}{3}$.

$$3. \quad \lim u_n = \lim \left(\frac{n+4}{n+3} \right)^{3n} = \lim \left[\frac{\left(1 + \frac{4}{n} \right)^n}{\left(1 + \frac{3}{n} \right)^n} \right]^3 = \lim \left[\frac{\lim \left(1 + \frac{4}{n} \right)^n}{\lim \left(1 + \frac{3}{n} \right)^n} \right]^3 = \left(\frac{e^4}{e^3} \right)^3 = (e^1)^3 = e^3$$

$$\lim f(u_n) = \lim_{x \rightarrow e^3} f(x) = \lim_{x \rightarrow e^3} \frac{\ln \sqrt{x}}{3} = \frac{\ln \sqrt{e^3}}{3} = \frac{1}{3} \ln e^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

Resposta: (B)

$$4. \quad f(x) = 2 + \frac{4}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right); D_f = [0, 8]$$

$$4.1. \quad f(x) = f(a) \Leftrightarrow 2 + \frac{4}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) = 2 + \frac{4}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{4}a\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) = \frac{4}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{4}a\right) \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}a\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{4}x = \frac{\pi}{4}a + 2k\pi \vee \frac{\pi}{4}x = -\frac{\pi}{4}a + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \pi x = \pi a + 8k\pi \vee \pi x = -\pi a + 8k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = a + 8k \vee x = -a + 8k, k \in \mathbb{Z}$$

Como $x \in [0, 8]$ e $a \in [0, 8]$, uma solução é a e a outra é $-a + 8 = 8 - a$.

Resposta: (C)

4.2. O declive da reta de equação $y = -x + b$ é -1 . Logo, esta reta é tangente ao gráfico de f num ponto de abcissa x tal que $f'(x) = -1$.

$$f'(x) = \left[2 + \frac{4}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) \right]' = 0 - \frac{4}{\pi} \times \left(\frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) = -\frac{4}{\pi} \times \frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$$

$$f'(x) = -1 \Leftrightarrow -\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) = -1 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{4}x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \pi x = 2\pi + 8k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = 2 + 8k, k \in \mathbb{Z}$$

No intervalo $[0, 8]$, $f'(x) = -1 \Leftrightarrow x = 2$.

$$f(2) = 2 + \frac{4}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{4} \times 2\right) = 2 + \frac{4}{\pi} \cos\frac{\pi}{2} = 2$$

O ponto de tangência tem coordenadas $(2, 2)$. Este ponto pertence à reta de equação $y = -x + b$.

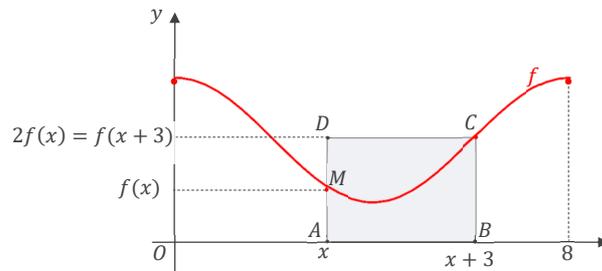
Logo, $2 = -2 + b \Leftrightarrow b = 4$.

4.3. Seja x a abcissa do ponto A :

$$A(x, 0)$$

Como $\overline{AB} = 3$, vem

$$B(x+3, 0).$$



Ordenada de M : $f(x)$ x é a abcissa de A , M e D

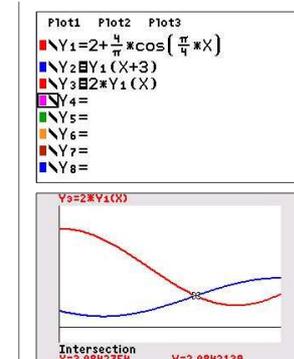
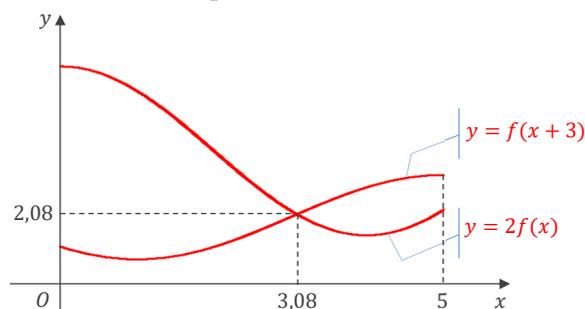
Ordenada de D : $2f(x)$ M é o ponto médio de $[AD]$

Ordenada de C : $f(x+3)$ $x+3$ é a abcissa de B e C

Como D e C têm a mesma ordenada, uma equação que permite resolver o problema é $f(x+3) = 2f(x)$, sendo que, como $x+3 \leq 8$, conclui-se que $x \leq 5$.

Recorrendo à calculadora gráfica, fazemos $Y_1 = f(x) = 2 + \frac{4}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$, $Y_2 = f(x+3)$ e

$Y_3 = 2f(x)$. Visualizamos, no intervalo $[0, 5]$, os gráficos de Y_2 e Y_3 , e determinamos as coordenadas do seu ponto de interseção.



Podemos concluir que a abcissa do ponto A é aproximadamente igual a 3,08.

Proposta de teste de avaliação

5. $f(x) = x^3 + ax^2$

5.1. $f'(x) = 3x^2 + 2ax$

$f'(0) = 3 \times 0^2 + 2a \times 0 = 0$, logo a reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa nula tem declive igual a 0, ou seja, é paralela ao eixo Ox .

5.2. $f''(x) = 6x + 2a$

Se a função f admite primeira e segunda derivada em \mathbb{R} e o seu gráfico tem um ponto de inflexão de abcissa 2, então $f''(2) = 0$.

$$f''(2) = 0 \Leftrightarrow 6 \times 2 + 2a = 0 \Leftrightarrow 2a = -12 \Leftrightarrow a = -6$$

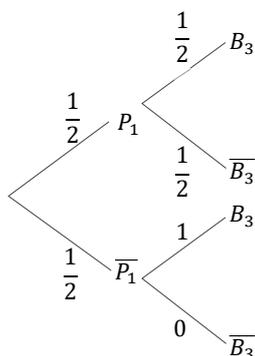
Resposta: (A)

6. 6.1. Sejam P_1 e B_3 os acontecimentos:

P_1 : «A bola retirada da caixa 1 é preta.»

B_3 : «A bola retirada da caixa 3 é branca.»

Pretende-se determinar a probabilidade de as duas bolas colocadas na caixa 3 serem uma branca e uma preta, ou seja, pretende-se determinara probabilidade condicionada $P(P_1 | B_3)$.



$$\begin{aligned} P(P_1 | B_3) &= \frac{P(P_1 \cap B_3)}{P(B_3)} = \frac{P(P_1) \times P(B_3 | P_1)}{P(P_1 \cap B_3) + P(\bar{P}_1 \cap B_3)} = \\ &= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 1} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

6.2. Se na extração ao acaso de uma bola do saco a probabilidade de esta ser preta é $\frac{1}{4}$, então $\frac{1}{4}$ das bolas do saco são pretas e as restantes são brancas. Logo, se considerarmos que estão no saco n bolas pretas, o número total de bolas aí existentes é igual a $4n$.
Na extração ao acaso, sucessivamente e sem reposição, de duas bolas do saco, a probabilidade de serem ambas pretas é dada por :

$$\frac{1}{4} \times \frac{n-1}{4n-1} = \frac{n-1}{16n-4}$$

└─> Probabilidade de retirar uma segunda bola preta depois de já se ter retirado uma primeira bola preta
└─> Probabilidade de a primeira bola retirada ser preta

$$\frac{n-1}{16n-4} = \frac{2}{35} \Leftrightarrow 35n - 35 = 32n - 8 \Leftrightarrow 3n = 27 \Leftrightarrow n = 9$$

Estão 9 bolas pretas no saco.

7. $\overline{AB} = 16a - 2a = 14a$

$$\overline{BC} = f(16a) - f(2a) = \log_2(16a) - \log_2(2a) = \log_2\left(\frac{16a}{2a}\right) = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$$

$$A_{[ABCD]} = \overline{AB} \times \overline{BC} = 14a \times 3 = 42a$$

$$k = 42$$

Resposta: (A)

8.
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(kx)}{x^2 + 2x} & \text{se } x < 0 \\ \frac{1 - e^{-2x}}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

8.1. Se f é contínua em $]-2, +\infty[$ então é contínua em $x=0$. Logo, existe $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin(kx)}{x^2 + 2x} \stackrel{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin(kx)}{x(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x+2} \times \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin(kx)}{x} = \\ &= \frac{1}{2} \times k \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin(kx)}{kx} = \frac{k}{2} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin y}{y} = \frac{k}{2} \times 1 = \frac{k}{2} \quad | \ y = kx \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - e^{-2x}}{x} \stackrel{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-2x} - 1}{-x} = 2 \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-2x} - 1}{-2x} = 2 \lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{e^y - 1}{y} = 2 \times 1 = 2 \quad | \ y = -2x$$

Se exista $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ então $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \Leftrightarrow \frac{k}{2} = 2 \Leftrightarrow k = 4$$

Resposta: (A)

8.2. $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$

Resposta: (B)

8.3.
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - e^{-2x}}{x} = \frac{1 - e^{-\infty}}{+\infty} = \frac{1 - 0}{+\infty} = 0$$

A reta de equação $y = 0$ (eixo Ox) é uma assíntota do gráfico de f quando $x \rightarrow +\infty$.

Resposta: (B)