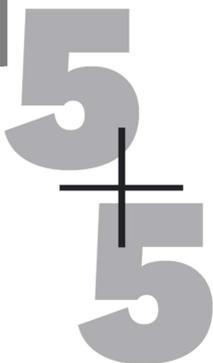


Nome _____ N.º _____ Turma _____ Data ____/nov./2018

Avaliação _____ Professor _____



Teste 2

FUNÇÕES REAIS DE
VARIÁVEL REAL.
CÁLCULO
COMBINATÓRIO.
PROBABILIDADES

Grupo I

Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla. Para cada um deles, escolhe a única opção correta.

- Seja (u_n) a sucessão de termo geral $u_n = \sum_{k=1}^n k$. Qual é o valor de $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{u_n}$?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) $+\infty$
- Seja f uma função diferenciável no intervalo $[-3, 0]$ tal que:
 - $f(0) = 2$
 - $\forall x \in [-3, 0], f'(x) \in [-5, -2]$O teorema de Lagrange, aplicado à função f em $[-3, 0]$, permite concluir que $f(-3)$ não pode ser igual a:
(A) 7 (B) 9 (C) 14 (D) 16
- Considera os vértices de um hexágono regular. Escolhem-se ao acaso dois desses vértices. Qual é a probabilidade de a reta definida por esses vértices passar no centro do hexágono?
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$
- Considera a linha do triângulo de Pascal em que o maior elemento é ${}^n C_3$. Quantos números naturais, múltiplos de 10, é possível escrever colocando, lado a lado, todos os algarismos dos elementos dessa linha?
(A) 1260 (B) 3780 (C) 163 296 (D) 362 880
- Quatro rapazes e quatro raparigas entram numa carruagem de comboio onde existem seis lugares sentados ainda não ocupados. De quantas maneiras podem ocupar esses seis lugares supondo que fica uma rapariga e um rapaz em pé?
(A) 576 (B) 1440 (C) 11 520 (D) 20 160

Grupo II

Na resposta a cada um dos cinco itens deste grupo, apresenta todos os cálculos que efetuares, explica os raciocínios e justifica as conclusões.

- Considera a sucessão (v_n) definida por $v_n = \sum_{k=1}^n \frac{1-2\sqrt{k}}{n+k}$ e seja (u_n) uma sucessão tal que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n - v_n \leq 1$.
Justifica que a sucessão (u_n) não é convergente.
- Seja f a função definida por $f(x) = x^3 - x^2 + x + 1$.
 - Considere a função h definida por $h(x) = x - f(x)$. Estuda a função h quanto à monotonia e quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico. Na tua resposta, apresenta:
 - os intervalos em que a função é crescente e os intervalos em que é decrescente;
 - os extremos relativos, caso existam;

- os intervalos em que a concavidade do gráfico está voltada para cima, os intervalos em que a concavidade do gráfico está voltada para baixo e as coordenadas dos pontos de inflexão que eventualmente existam.

b) Considera a função g , de domínio $\mathbb{R} \setminus [-1, 0]$, definida por:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)+2}{x^2-1} & \text{se } x < -1 \\ \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}-1} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Mostra que existem exatamente três assíntotas ao gráfico da função g : uma assíntota vertical, uma assíntota oblíqua e uma assíntota horizontal.

3. Sejam f e g duas funções diferenciáveis em \mathbb{R} . Sabe-se que:

- a reta de equação $y = 3x + 5$ é tangente ao gráfico da função f no ponto de abcissa -1 ;
- $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = \frac{f^3(x)}{x^2+1}$.

Escreve a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função g no ponto de abcissa -1 .

4. Seja f uma função de domínio \mathbb{R} , duas vezes diferenciável. Sejam a e b números reais, com $a < b$. Sabe-se que:

- $f'(a) \times f'(b) < 0$
- $\forall x \in]a, b[, f''(x) > 0$

Justifica que a função f atinge um e um só extremo no intervalo $]a, b[$ e indica se é máximo ou é mínimo.

5. Considera o seguinte jogo que consiste no lançamento simultâneo de dois dados cúbicos, equilibrados, com as faces numeradas de 1 a 6, sendo um dado verde e outro branco. A pontuação obtida num lançamento é a soma dos pontos das faces que ficam voltadas para cima.

O jogo vai ser disputado pela Maria e pelo António. Suponhamos que a Maria é a primeira a lançar os dados. Caso queiram, poderão repetir o lançamento dos dois dados, mas a pontuação obtida no segundo lançamento substitui a obtida no primeiro. Vence quem obtiver a maior pontuação. Se as pontuações obtidas foram iguais, é declarado empate.

Apresenta as respostas aos itens seguintes na forma de fração irredutível.

- Admite que a Maria faz o segundo lançamento se e só se obtiver menos de 7 pontos no primeiro lançamento. Qual é a probabilidade de a Maria obter 7 pontos na sua jogada?
- Admite que a Maria faz apenas um lançamento dos dados. Qual é a probabilidade de obter 7 pontos se o número da face voltada para cima no dado verde for superior ao número da face voltada para cima no dado branco?
- A estratégia do António é fazer o segundo lançamento se e só se a pontuação que obtém no primeiro lançamento não for superior à obtida pela Maria na sua jogada. Admite que a Maria obteve 3 pontos na sua jogada. Qual é a probabilidade de o António perder o jogo?

FIM