

## Sugestões de substituição na primitivação por mudança de variável

No que se segue,  $R(\dots)$  designa uma função racional das expressões que estão entre parênteses.

Tipo de função	Substituição
$R(e^{rx}, e^{sx}, \dots)$	$e^{mx} = t, \quad m = \text{m.d.c.}(r, s, \dots)$
$R(\ln x)$	$x = e^t$
$R(x, x^{\frac{p}{q}}, x^{\frac{r}{s}}, \dots)$	$x = t^m, \quad m = \text{m.m.c.}(q, s, \dots)$
$R(x, (ax+b)^{\frac{p}{q}}, (ax+b)^{\frac{r}{s}}, \dots)$	$ax+b = t^m, \quad m = \text{m.m.c.}(q, s, \dots)$
$R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}), \quad a > 0$	$\sqrt{ax^2 + bx + c} = t + x\sqrt{a}$
$R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}), \quad c > 0$	$\sqrt{ax^2 + bx + c} = tx + \sqrt{c}$
$R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}), \quad \text{com } b^2 - 4ac > 0$	$\sqrt{ax^2 + bx + c} = (x - \alpha)t, \quad \text{com } \alpha \text{ raiz de } ax^2 + bx + c = 0$
$R(\sin x, \cos x)$	$t = \tan \frac{x}{2}, \quad \text{com } x = 2 \arctan t, \quad dx = \frac{2}{1+t^2} dt$ $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad \tan x = \frac{2t}{1-t^2}$
$R(\sin x, \cos x), \quad \text{com}$ $R(-\sin x, -\cos x) = R(\sin x, \cos x)$	$t = \tan x$
$R(\sin x, \cos x), \quad \text{com}$ $R(-\sin x, \cos x) = -R(\sin x, \cos x)$	$t = \cos x, \quad dx = \frac{-1}{\sqrt{1-t^2}} dt$
$R(\sin x, \cos x), \quad \text{com}$ $R(\sin x, -\cos x) = -R(\sin x, \cos x)$	$t = \sin x, \quad dx = \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} dt$
$R(x, \sqrt{a^2 + b^2 x^2})$	$x = \frac{a}{b} \tan t, \quad dx = \frac{a}{b} \sec^2(t) dt$
$R(x, \sqrt{a^2 - b^2 x^2})$	$x = \frac{a}{b} \sin t, \quad dx = \frac{a}{b} \cos(t) dt$
$R(x, \sqrt{b^2 x^2 - a^2})$	$x = \frac{a}{b} \sec t, \quad dx = \frac{a}{b} \sec(t) \tan(t) dt$