Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

ANÁLISE MATEMÁTICA I **Ex. extra Folha 2** **2011/12**

---

1. Mostre que, para dois números positivos quaisquer $x, y > 0$, se tem

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{x^n + y^n} = \max\{x, y\}\,.$$

2. Usando o teorema das sucessões enquadradas, determine os limites das sucessões (a_n) e (b_n), dadas por

$$a_n = \sqrt[n]{\frac{3n+2}{n+1}}\,, \qquad b_n = \sqrt{\frac{1}{2^n} + n} - \sqrt{n}, \quad n \in \mathbb{N}\,,$$

3. Mostre que

$$\sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \to \frac{1}{2}$$

e

$$n(1 - \sqrt{(1 - a/n)(1 - b/n)}) \to \frac{a+b}{2}$$

4. Tomando em conta as sucessões

$$x_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+n}} \text{ e } y_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$$

determine o limite da sucessão

$$z_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}.$$