Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

ANÁLISE MATEMÁTICA I **Folha 12** **2011/12**

1. A Figura 1 contém um esboço do gráfico da função $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$h(t) = \frac{2\,t}{t^2+3}.$$

   (a) Estuda h quanto à continuidade.

   (b) Verifica que $h(-t) = -h(t)$ para todo o $t \in \mathbb{R}$.

   (c) Determina, caso existam, assíntotas horizontais e verticais da função.

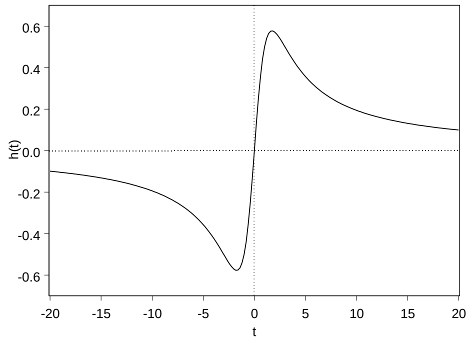

Figura 1: Esboço gráfico de $h(t)$ para $t \in [-20, 20]$.

2. Considera as seguinte funções:

$$f(x) = \begin{cases} x\,e^{-1/x}, & x < 0 \\ (1-x)e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{x^2-2x+1}{x+1}, \quad x > -1.$$

   Estuda-as quanto à continuidade e averigua acerca das suas assíntotas.

3. Estuda quanto à existência de assíntotas a função f em cada um dos seguintes casos:

   (a) $f(x) = x^3 - x + 1$;

   (b) $f(x) = (x^2-1)^{-1}$;

   (c) $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$;

   (d) $f(x) = x\ln(x)$;

   (e) $f(x) = \sin x + \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$.

4. Para cada uma das seguintes funções estuda: o domínio; os zeros; as assíntotas; a primeira derivada; os extremos; os intervalos de monotonia; o contradomínio; a segunda derivada; os pontos de inflexão; o sentido da concavidade.

   (a) $f(x) = x^3 - 3x^2$;

   (b) $f(x) = \frac{x^2-4}{x}$;

   (c) $f(x) = \ln(x^2-1)$;

   (d) $f(x) = \begin{cases} x\ln x & , \quad x > 0 \\ \sqrt{1-x} & , \quad x \leq 0 \end{cases}$.

5. Na Figura 2 representam-se graficamente as funções f e g definidas por:

$$f(x) = \frac{x-1}{x-2}; \qquad g(x) = \frac{x^2+1}{x}.$$

Determina o domínio de cada uma delas e identifica eventuais assíntotas horizontais, verticais e oblíquas.

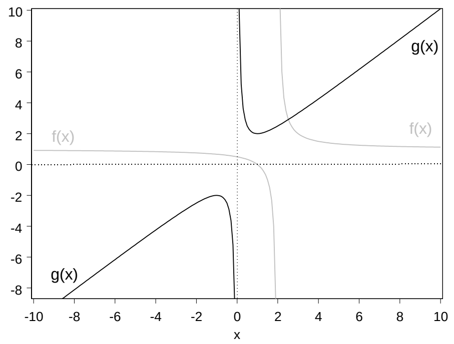

Figura 2: Esboços gráficos de $f(x)$ e $g(x)$ para $x \in [-10, 10]$.