

2.º TESTE DO MÓDULO A4

Funções periódicas

1.º Período

29/11/12

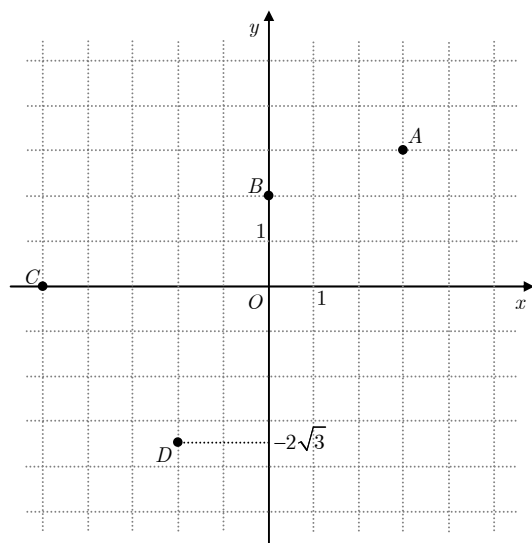
Duração: 90 minutos

Nome: _____ N.º: _____ Classificação: ,

O professor: _____

Em todas as respostas, indique todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
Sempre que utilizar cálculos intermédios, conserve, pelo menos, duas casas decimais.

1. No referencial o.n. xOy a seguir estão representados os pontos A , B , C e D pelas suas coordenadas retangulares.

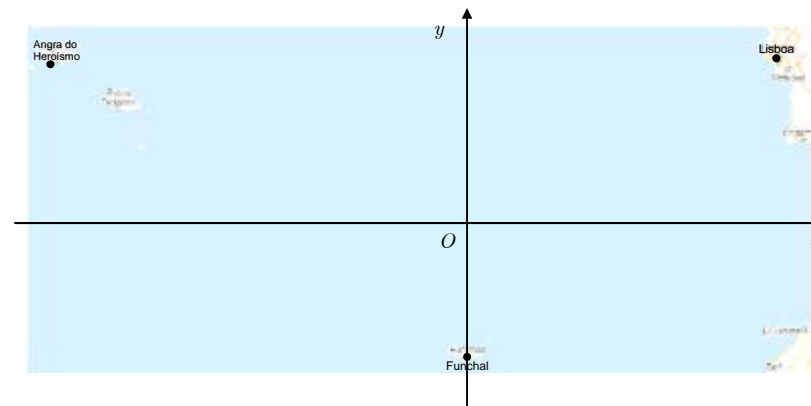


Indique as coordenadas polares de cada um desses pontos, sendo a segunda coordenada em radianos.

2. “Agora só tinha de determinar a direção. Havia um mostrador de 1 a 360 incorporado no recetor, com um ponteiro a indicar a origem do sinal.(...) - Qual é o nosso rumo? (...) - Cento e vinte graus. A agulha no mostrador indicava 340. Somando 120 a esse valor situava a direção perto de 100.”

VOO FINAL, Ken Follet

Considere três cidades de Portugal representadas no seguinte referencial o.n. xOy :



Admita que se conhecem as coordenadas polares de Angra do Heroísmo (A), Funchal (F) e Lisboa (L), nomeadamente:

$$A\left(968, \frac{41\pi}{45}\right), F\left(386, \frac{3\pi}{2}\right) \text{ e } L\left(760, \frac{11\pi}{90}\right)$$

A primeira coordenada está em quilómetros e a segunda em radianos.

- 2.1. Como se pode verificar, o centro do referencial refere-se a um ponto algures no Oceano Atlântico. A que distância desse ponto se encontra Lisboa?
- 2.2. Indique as coordenadas retangulares dos pontos A , F e L
Em caso de aproximações, conserve, pelo menos, duas casas decimais.
3. Numa certa cidade, as temperaturas em graus Celsius do ar e do mar foram dadas, após t dias desde o início de 2011, pelas funções definidas, respetivamente, por:
- $$a(t) = 12 + 20 \operatorname{sen}\left(\frac{t}{117}\right) \text{ e } m(t) = 17 + 6 \cos\left(\frac{t-190}{117}\right)$$
- A variável t em ambas as funções está expressa em radianos, sendo que $t \in [0, 365[$
- 3.1. Quais foram as temperaturas do ar e do mar nessa cidade no fim de janeiro de 2011? Apresente os resultados em graus Celsius, arredondado às centésimas. Se usar cálculos intermédios, conserve duas casas decimais.
- 3.2. Houve dois meses no decorrer do qual as temperaturas do ar e do mar foram iguais. Recorra à calculadora para indicar, graficamente, as ditas temperaturas e os respetivos meses.

4. A cada equação representada a seguir na coluna da esquerda (de A a F) corresponde um certo conjunto solução da coluna da direita (de I a VI). Complete a tabela a seguir.

- | | |
|---|---|
| (A) $\sin x = \frac{1}{2}$ em $[0, 2\pi]$ | (I) \emptyset |
| (B) $\sin x = 0$ em \mathbb{R} | (II) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right\}$ |
| (C) $\cos x = 0,2$ em \mathbb{R} | (III) $\{x \in \mathbb{R} : x = \pi k, k \in \mathbb{Z}\}$ |
| (D) $\cos x = -\pi$ em $[0, 2\pi]$ | (IV) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ |
| (E) $\operatorname{tg} x = -4,9$ em \mathbb{R} | (V) $\{x \in \mathbb{R} : x \approx -1,37 + \pi k, k \in \mathbb{Z}\}$ |
| (F) $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ em $[0, 2\pi]$ | (VI) $\{x \in \mathbb{R} : x \approx \pm 1,37 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}\}$ |

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)

5. O telescópio espacial Hubble é um satélite não tripulado que transporta um grande telescópio para a luz visível e infravermelha e tem, desde 1990, uma órbita elíptica em torno da Terra, tal como se representa nas duas figuras a seguir (H representa o Hubble).



Como é óbvio, os elementos dessas figuras não estão na mesma escala.

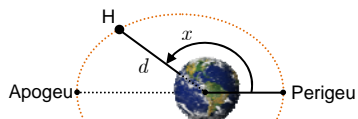


Figura 1

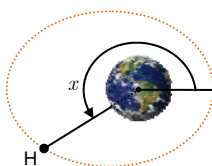


Figura 2

Tal como se pode ver na elipse da Figura 1, estão assinalados dois pontos:

- o *apogeu*, que é o ponto da órbita do Hubble mais afastado do centro da Terra;
- o *perigeu*, que é o ponto da órbita do Hubble mais próximo do centro da Terra.

O ângulo de amplitude x radianos, assinalado nas figuras, tem o seu vértice no centro da Terra, o seu lado origem passa no *perigeu* e o seu lado extremidade passa no Hubble.

Admita que a distância d , em quilómetros, do Hubble à Terra, é dada por

$$d(x) = 625 - 25 \cos x, \quad x \in [0, 2\pi[$$

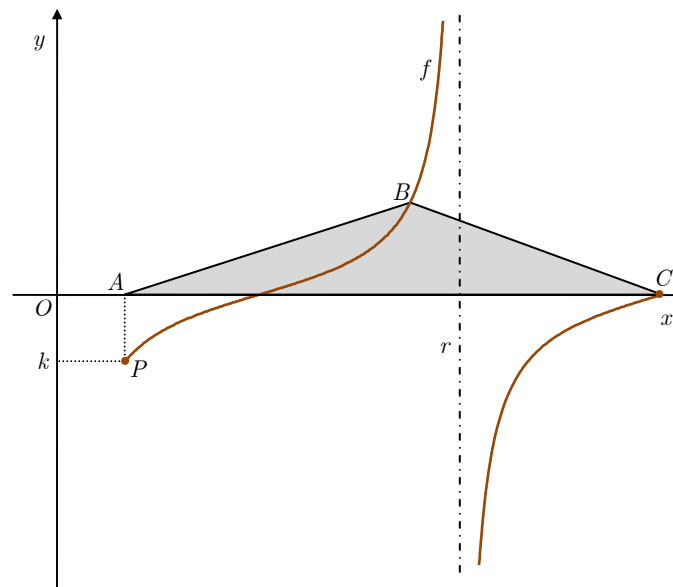
- 5.1. Determine a distância do Hubble à Terra quando este se encontra no *apogeu*. Apresente o resultado em quilómetros, arredondado às unidades.
- 5.2. Num certo instante, o Hubble está na posição indicada na Figura 2. Sabe-se que distância do Hubble à Terra nesse ponto é igual a 642 quilómetros. Determine o valor de x em radianos, arredondado às centésimas.

6. “O sinal era agora mais fraco, mas a terceira linha do mapa formou um triângulo com as outras duas, e a ilha de Sande situava-se basicamente dentro daquele triângulo.”

VOO FINAL, Ken Follet

Considere a função definida por $f(x) = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

Na figura seguinte encontra-se, num referencial xOy , o gráfico de f em $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}\right]$, assim como a reta r , assintota do seu gráfico.



Tal como é sugerido pela figura:

- o ponto A pertence ao eixo Ox
- o ponto B pertence ao gráfico de f
- o ponto C pertence ao eixo Ox e ao gráfico de f

- 6.1. Indique, justificando, a equação de r
- 6.2. Determine o valor de k
- 6.3. Sabendo que a abcissa do ponto B é $\frac{7\pi}{8}$, calcule a área do triângulo $[ABC]$, apresentando o resultado final arredondado às centésimas.

FIM

COTAÇÕES

1.....23	2.....32	3.....40	4.....17	5.....37	6.....51
	2.1.....9	3.1.....17		5.1.....14	6.1.....11
	2.2.....23	3.2.....23		5.2.....23	6.2.....17
					6.3.....23