

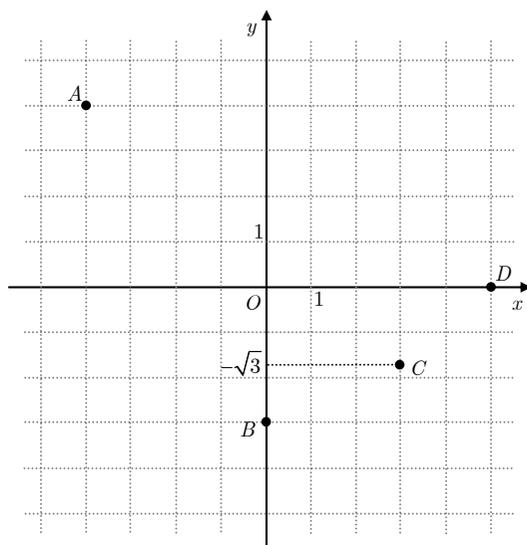
2.º TESTE DO MÓDULO A4  
Funções periódicas

1.º Período 29/11/12 Duração: 90 minutos

Nome: N.º: Classificação:   ,   
 O professor:

Em todas as respostas, indique todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.  
 Sempre que utilizar cálculos intermédios, conserve, pelo menos, três casas decimais.

1. No referencial o.n.  $xOy$  a seguir estão representados os pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  pelas suas coordenadas retangulares.



Indique as coordenadas polares de cada um desses pontos, sendo a segunda coordenada em radianos.

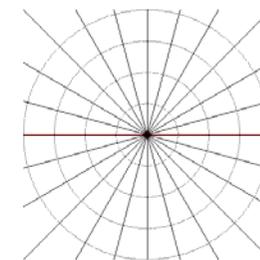
2. “Mas Karen prosseguia a volta ascendente. Harald rangeu os dentes. O avião atingira um ângulo de cento e oitenta graus.”

VOO FINAL, Ken Follet

Num certo referencial o.n.  $xOy$ , conhecem-se as coordenadas polares de três pontos:

$$P\left(68, \frac{16\pi}{35}\right), Q(86, \pi) \text{ e } R\left(76, \frac{37\pi}{20}\right)$$

A primeira coordenada está em centímetros e a segunda coordenada em radianos.



- 2.1. Dos pontos dados, qual é o que está mais perto do centro do referencial? Porquê?

- 2.2. Indique as coordenadas retangulares dos pontos  $P$ ,  $Q$  e  $R$

Em caso de aproximações, conserve, pelo menos, duas casas decimais.

3. Numa zona da Antártida, o número de focas e de pinguins foi dado, em milhares de indivíduos e  $t$  horas depois das 9 horas da manhã de um certo dia, pelas funções definidas, respetivamente, por:



$$f(t) = 12 + 4 \operatorname{sen}\left(\frac{t}{8}\right) \text{ e}$$

$$p(t) = 14 + 2 \operatorname{cos}\left(\frac{t+12}{8}\right)$$

A variável  $t$  em ambas as funções está expressa em radianos, sendo que  $t \in [0, 24]$

- 3.1. Determine o número de focas e de pinguins às 15 horas e 30 minutos desse dia. Apresente os resultados em milhares de indivíduos, arredondado às décimas. Se usar cálculos intermédios, conserve duas casas decimais.

- 3.2. Houve dois momentos no decorrer do qual o número de focas foi igual ao número de pinguins.

Recorra à calculadora para indicar, graficamente, os milhares de indivíduos e entre que horas respetivas isso aconteceu.

4. A cada equação representada a seguir na coluna da esquerda (de A a F) corresponde um certo conjunto solução da coluna da direita (de I a VI). Complete a tabela a seguir.

(A)  $\sin x = 0,8$  em  $[0,2\pi]$

(B)  $\sin x = -\frac{\pi}{2}$  em  $\mathbb{R}$

(C)  $\cos x = 0$  em  $\mathbb{R}$

(D)  $\cos x = \frac{1}{2}$  em  $[0,2\pi]$

(E)  $\operatorname{tg} x = \frac{4}{3}$  em  $\mathbb{R}$

(F)  $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$  em  $[0,2\pi]$

(I)  $\emptyset$

(II)  $\{x \in \mathbb{R} : x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}\}$

(III)  $\{x \in \mathbb{R} : x \approx 0,93 + \pi k, k \in \mathbb{Z}\}$

(IV)  $\{x \in \mathbb{R} : x \approx 0,93 \vee x \approx 2,21\}$

(V)  $\{\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\}$

(VI)  $\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\}$

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)

5. O sistema de posicionamento global (GPS na sigla inglesa) é um sistema de navegação por satélite que fornece a um aparelho recetor móvel a posição do mesmo e é constituído por uma rede de 27 satélites que realizam duas órbitas diárias ao redor da Terra. Em cada uma das duas figuras seguintes está representada a órbita de um desses satélites (S). Como é óbvio, os elementos dessas figuras não estão na mesma escala.

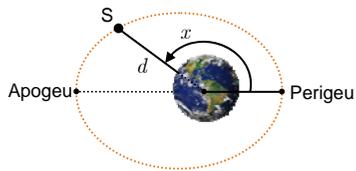


Figura 1

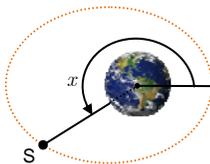


Figura 2

Tal como se pode ver na elipse da Figura 1, estão assinalados dois pontos:

- o *apogeu*, que é o ponto da órbita do satélite mais afastado do centro da Terra;
- o *perigeu*, que é o ponto da órbita do satélite mais próximo do centro da Terra.

O ângulo de amplitude  $x$  radianos, assinalado nas figuras, tem o seu vértice no centro da Terra, o seu lado origem passa no *perigeu* e o seu lado extremidade passa no satélite.

Admita que a distância  $d$ , em quilómetros, do satélite à Terra, é dada por

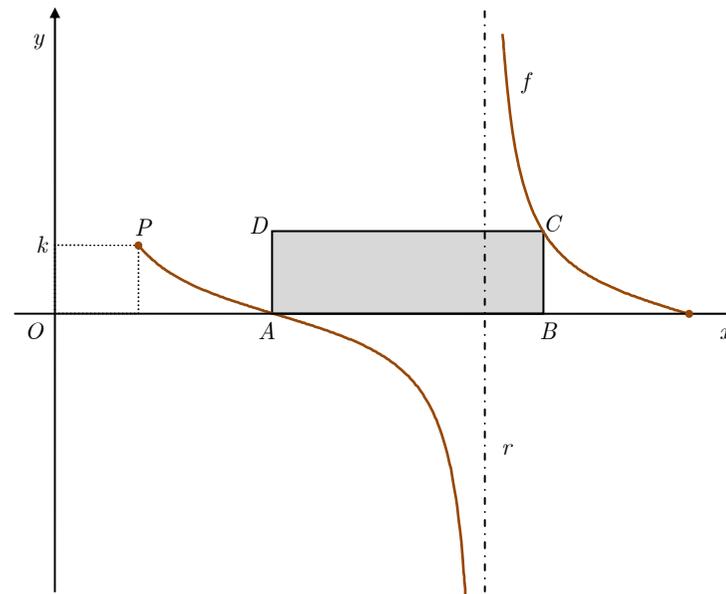
$$d(x) = 20000 - 500 \cos x, \quad x \in [0, 2\pi[$$

- 5.1. Determine a distância do satélite à Terra quando este se encontra no *perigeu*. Apresente o resultado em quilómetros, arredondado às unidades.
- 5.2. Num certo instante, o satélite está na posição indicada na Figura 2. Sabe-se que distância do satélite à Terra nesse ponto é igual a 20 360 quilómetros. Determine o valor de  $x$ , arredondado às centésimas.

6. “Os passageiros observavam com curiosidade através das janelas retangulares do Junkers (...)”  
VOO FINAL, Ken Follet

Considere a função definida por  $f(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

Na figura seguinte encontra-se, num referencial  $xOy$ , o gráfico de  $f$  em  $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}\right]$ , assim como a reta  $r$ , assintota do seu gráfico.



Tal como é sugerido pela figura:

- o ponto  $A$  pertence ao eixo  $Ox$  e ao gráfico de  $f$
- o ponto  $B$  pertence ao eixo  $Ox$
- o ponto  $C$  pertence ao gráfico de  $f$  e tem a mesma abcissa de  $B$
- o ponto  $D$  tem a mesma abcissa de  $A$  e a mesma ordenada de  $C$

- 6.1. Indique, justificando, a equação de  $r$
- 6.2. Determine o valor de  $k$
- 6.3. Sabendo que a abcissa do ponto  $B$  é  $\frac{8\pi}{7}$ , calcule o perímetro do retângulo  $[ABCD]$ , apresentando o resultado final arredondado às décimas.

FIM

COTAÇÕES

1.....23	2.....32	3.....40	4.....17	5.....37	6.....51
	2.1.....9	3.1.....17		5.1.....14	6.1.....11
	2.2.....23	3.2.....23		5.2.....23	6.2.....17
					6.3.....23