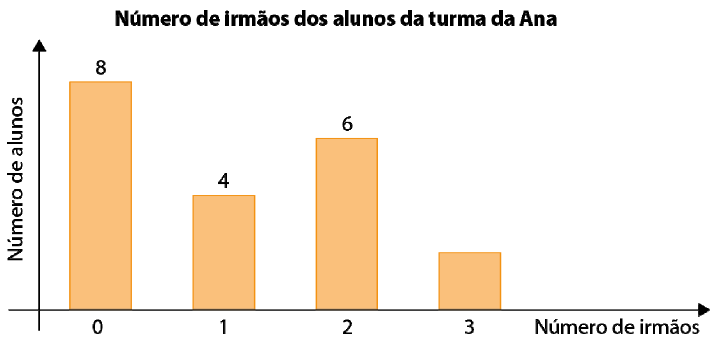
TESTE DE MATEMÁTICA
9.º ano

Nome: ______________________ Nº:________ Turma: _______
Duração: 90 minutos Classificação: ______________________

1. No gráfico seguinte encontra-se a distribuição do número de irmãos dos vinte alunos da turma da Ana.



1.1. Determina a percentagem de alunos, da turma da Ana, com 3 irmãos.

1.2. O primeiro quartil desta distribuição é:

[A] 0 **[B]** 1 **[C]** 2 **[D]** 3

1.3. Calcula a média do número de irmãos dos alunos da turma da Ana.

2. O Paulo tem um saco com cinco bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 5.

Admite que o Paulo retira uma bola do saco, regista o número da bola e não repõe a bola no saco. Em seguida, retira outra bola do saco e regista também o número dessa bola.

Qual é a probabilidade de o produto dos números que o Paulo registou ser um número menor do que 10. Apresenta o resultado sob a forma de uma fração irredutível. Mostra como chegaste à tua resposta.

Sugestão: Começa por construir uma tabela de dupla entrada que caracterize a situação.

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

Edições ASA • 2019

3. Na tabela encontra-se a distribuição dos setenta alunos inscritos em quatro atividades, numa pequena academia.

	Ballet	**Dança**	**Aeróbica**	**Artes marciais**
Rapazes	2	4	5	9
Raparigas	14	12	18	6

3.1. Selecionou-se, ao acaso, um aluno dessa academia. Qual é a probabilidade de ter sido selecionado:

3.1.1. um rapaz? Apresenta o resultado na forma de uma fração irredutível.

3.1.2. uma rapariga que pratica artes marciais? Apresenta o resultado na forma de uma fração irredutível.

3.2. Sabe-se que, numa das atividades, ao selecionar ao acaso um dos seus alunos, a probabilidade de o aluno escolhido ser rapaz é 25%.

Identifica a modalidade. Mostra como chegaste à tua resposta.

3.3. Selecionaram-se, ao acaso, dois alunos que praticam dança.

Qual é a probabilidade de os alunos escolhidos serem do mesmo sexo?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

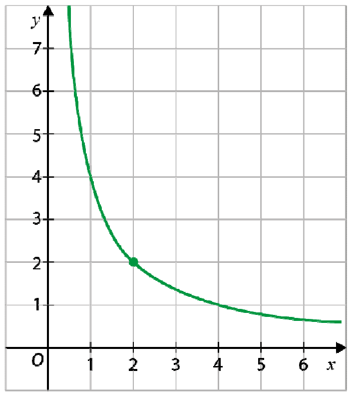
4. Seja f uma função de proporcionalidade inversa.

Sabe-se que $f(2) = 6$.

4.1. Escreve a expressão algébrica que define a função f.

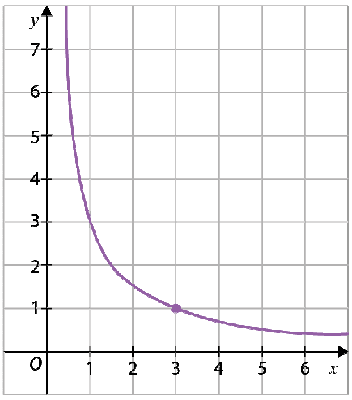
4.2. Em qual das opções seguintes pode estar representada graficamente a função f?

[A]

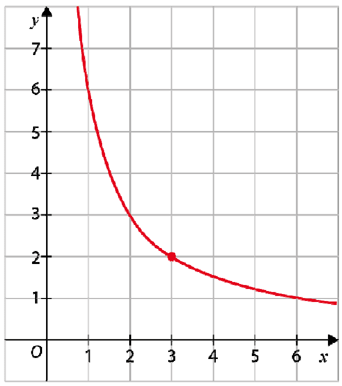


[B]

[C]

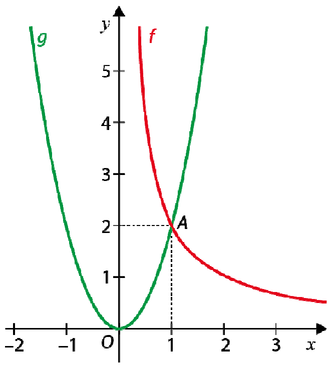


[D]



5. Na figura estão representadas, num referencial cartesiano, partes dos gráficos de duas funções f e g. Sabe-se que:

- a função f é uma função de proporcionalidade inversa;
- a função g é uma função quadrática definida por $g(x) = ax^2$, sendo a um número positivo;
- o ponto A de coordenadas $(1, 2)$ pertence aos gráficos das funções f e g.

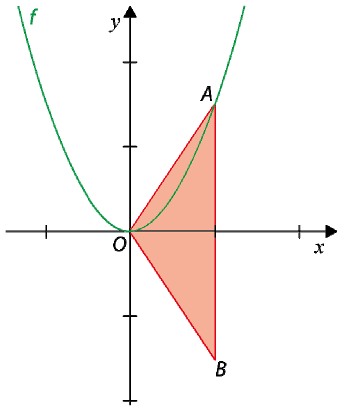


5.1. A constante de proporcionalidade da função f é:

[A] 1 **[B]** 2 **[C]** 3 **[D]** 4

5.2. Escreve uma expressão algébrica para a função g. Mostra como chegaste à tua resposta.

6. Na figura estão representados, num referencial cartesiano, a função quadrática f e o triângulo [*ABO*].



Sabe-se que:

- o ponto *O* é a origem do referencial;
- a função f é definida por $f(x) = 3x^2$;
- a ponto *A* é o ponto do gráfico de f que tem ordenada $\frac{3}{4}$;
- o ponto *B* é a imagem do ponto *A* pela reflexão em relação ao eixo das abcissas.

Determina a área do triângulo [*ABO*].

7. Resolve a equação $5 + 2(1 - x)^2 = 2x$. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

8. Considera a equação:

$$x^2 + (a - 2)x + 8 = 0, \text{ com } a \in \mathbb{Q}.$$

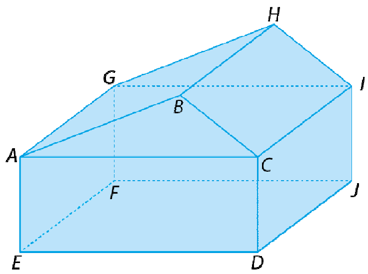
8.1. Indica o valor de a que transforma a equação dada numa equação de 2.º grau incompleta.

8.2. Considera *a* = 8. Sem resolveres a equação, indica o número de soluções.

8.3. Considera *a* = 11. Resolve a equação, aplicando a fórmula resolvente.

9. Na figura está representado um modelo geométrico de um guarda-joias.

Este modelo é um sólido que pode ser decomposto em dois prismas retos: o paralelepípedo retângulo [*ACDEFGIJ*] e o prisma cujas bases são os triângulos [*ABC*] e [*GHI*].



9.1. Indica a posição relativa:

9.1.1. das retas BC e ED;

9.1.2. das retas AC e IJ;

9.1.3. da reta GI relativamente ao plano EDJ;

9.1.4. dos planos ACD e EDJ.

9.2. Sabe-se que $\overline{ED} = \overline{DJ} = 2x + 3$, para $x > 0$. Qual das expressões seguintes representa a área da face [*EDJF*]?

[A] $4x^2 + 9$ **[B]** $2x^2 + 9$ **[C]** $4x^2 + 12x + 9$ **[D]** $4x^2 + 6x + 9$

9.3. Relativamente ao poliedro representado na figura, sabe-se que:

- $\overline{ED} = \overline{DJ} = 8$ cm e $\overline{CD} = 3$ cm;
- a área da base do prisma [*ABCGHI*] é igual a $8\ \text{cm}^2$.

Determina o volume total do sólido. Apresenta o resultado em cm^3.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Questão	1.1	1.2	1.3	2.	3.1.1	3.1.2	3.2	3.3	4.1	4.2	5.1	5.2
Cotação	3	4	3	6	4	4	6	6	4	4	4	6
Questão	6.	7.	8.1	8.2	8.3	9.1.1	9.1.2	9.1.3	9.1.4	9.2	9.3	
Cotação	4	6	4	4	6	3	3	3	3	4	6	

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

Edições ASA • 2019

1.

1.1. $20 - (8 + 4 + 6) = 20 - 18 = 2$

$2 \div 20 = 0{,}10$

10% dos alunos da turma da Ana têm três irmãos.

1.2. O primeiro quartil corresponde a 25% dos dados ordenados por ordem crescente.

Como $8 \div 20 = 0{,}4$, ou seja, corresponde a 40%, o primeiro quartil é 0 (zero).

1.3. $\frac{8\times0+4\times1+6\times2+2\times3}{20} \approx 1$

A média do número de irmãos dos alunos da turma da Ana é, aproximadamente, 1.

2.

×	1	2	3	4	5
1	X	2	3	4	5
2		X	6	8	10
3			X	12	15
4				X	20
5					X

Casos favoráveis

Seja A o acontecimento: "o produto obtido ser um número menor do que 10".

Então, $P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

3.

3.1.

3.1.1. Seja B o acontecimento: "selecionar um rapaz".

Então, $P(B) = \frac{20}{70} = \frac{2}{7}$.

3.1.2. Seja C o acontecimento: "selecionar uma rapariga que pratica artes marciais".

Então, $P(C) = \frac{6}{70} = \frac{3}{35}$.

3.2. A atividade é a dança, pois se considerarmos o acontecimento D: "selecionar um rapaz, sabendo que pratica dança", então $P(D) = \frac{4}{16} = 0{,}25$, ou seja, 25%.

3.3. Sabendo que os alunos selecionados praticam dança, consideremos os seguintes acontecimentos:

- E: "serem selecionados dois rapazes".

Então, $P(E) = \frac{4}{16} \times \frac{3}{15} = \frac{12}{240} = \frac{1}{20}$.

- F: “serem selecionadas duas raparigas”.

  Então, $P(F) = \frac{12}{16} \times \frac{11}{15} = \frac{132}{240} = \frac{11}{20}$.

- G: “serem selecionados dois alunos do mesmo sexo”.

  Assim, $P(G) = \frac{1}{20} + \frac{11}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

4.

4.1. Como f é uma função de proporcionalidade inversa, pode ser dada por uma expressão da forma $f(x) = \frac{a}{x}, a > 0$ e $x \neq 0$.

O ponto de coordenadas $(2, 6)$ pertence ao gráfico da função. Então:

$6 = \frac{a}{2} \Leftrightarrow a = 6 \times 2 \Leftrightarrow a = 12$

Logo, $f(x) = \frac{12}{x}, x \neq 0$

4.2. Opção [B]

[A] Não é o gráfico de f, porque o ponto de coordenadas $(2, 2)$ pertence ao gráfico, logo a constante de proporcionalidade seria $a = 2 \times 2 = 4$, e não 12.

[B] É o gráfico de f, porque o ponto de coordenadas $(3, 4)$ pertence ao gráfico, logo a constante de proporcionalidade é $a = 3 \times 4 = 12$.

[C] Não é o gráfico de f, porque o ponto de coordenadas $(3, 1)$ pertence ao gráfico, logo a constante de proporcionalidade seria $a = 3 \times 1 = 3$, e não 12.

[D] Não é o gráfico de f, porque o ponto de coordenadas $(3, 2)$ pertence ao gráfico, logo a constante de proporcionalidade seria $a = 3 \times 2 = 6$, e não 12.

5.

5.1. Opção [B]

Na figura encontra-se representada uma função de proporcionalidade inversa. Desta forma, a função pode ser dada por uma expressão da forma $f(x) = \frac{a}{x}, a > 0$ e $x \neq 0$.

Como o ponto de coordenadas $(1, 2)$ pertence ao gráfico da função, então:

$2 = \frac{a}{1} \Leftrightarrow a = 2 \times 1 \Leftrightarrow a = 2$

5.2. O ponto A pertence ao gráfico de ambas as funções e tem coordenadas $(1, 2)$.

A função g é dada por uma expressão da forma $g(x) = ax^2, a > 0$.

Determinemos o valor de a: $2 = a \times 1^2 \Leftrightarrow a = 2$

Assim, a expressão algébrica da função g é $g(x) = 2x^2$.

6. O ponto A pertence ao gráfico da função f e tem ordenada $\frac{3}{4}$. Determinemos a abcissa do ponto A:

$$\frac{3}{4} = 3x^2 \Leftrightarrow \frac{3}{12} = x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = -\sqrt{\frac{1}{4}} \ \lor \ x = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \ \lor \ x = \frac{1}{2}.$$

Como o ponto A tem abcissa positiva, então $A\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$.

Como o ponto B é a imagem do ponto A por uma reflexão em relação ao eixo das abcissas, a abcissa de B é igual à abcissa de A e a ordenada de B é simétrica, ou seja, o ponto B tem coordenadas $\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}\right)$.

$$\text{Área}_{[ABO]} = \frac{\text{base}\times\text{altura}}{2} = \frac{\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{6}{4}\times\frac{1}{2}}{2} =$$

$$= \frac{\frac{6}{8}}{2} =$$

$$= \frac{6}{16} =$$

$$= \frac{3}{8}$$

A área do triângulo $[ABO]$ é $\frac{3}{8}$ u. a.

7. $5 + 2(1-x)^2 = 2x \Leftrightarrow 5 + 2(1 - 2x + x^2) = 2x$

$$\Leftrightarrow 5 + 2 - 4x + 2x^2 - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 2x + 5 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times2\times7}}{2\times2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6\pm\sqrt{36-56}}{4}$$

$\Leftrightarrow x = \frac{6\pm\sqrt{-20}}{4}$, que é uma equação impossível.

$\text{C.S.} = \{ \quad \}$

8.

8.1. Para que a equação $x^2 + (a-2)x + 8 = 0$ seja incompleta, é necessário que o termo em x seja nulo, ou seja, $a - 2 = 0 \Leftrightarrow a = 2$.

8.2. Se $a = 8$, então $x^2 + (8-2)x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 8 = 0$.

O número de soluções de uma equação de segundo grau pode ser determinado através do binómio discriminante, Δ.

$$\Delta = b^2 - 4 \times a \times c = 6^2 - 4 \times 1 \times 8 =$$
$$= 36 - 32 =$$
$$= 4$$

Como $\Delta > 0$, a equação $x^2 + (a-2)x + 8 = 0$, para $a = 8$, tem duas soluções distintas.

8.3. Se $a = 11$, então $x^2 + (11-2)x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 9x + 8 = 0$.

Aplicando a fórmula resolvente, temos:

$$x^2 + 9x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times 1 \times 8}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{-9 \pm \sqrt{81-32}}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-9 \pm \sqrt{49}}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-9 \pm 7}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-2}{2} \ \vee \ x = \frac{-16}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = -1 \ \vee \ x = -8$$

$\text{C.S.} = \{-8, -1\}$

9.

9.1.

9.1.1. Retas concorrentes.

9.1.2. Retas não complanares.

9.1.3. Reta paralela.

9.1.4. Planos perpendiculares.

9.2. Opção [C]

A face [*EDJF*] é um quadrado de lado $2x + 3$, logo a sua área é igual a:

$$(2x+3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

9.3. $\text{Volume}_{[ACDEFGIJ]} = \text{Área}_{\text{base}} \times \text{altura} = \overline{ED} \times \overline{DJ} \times \overline{CD} = 8 \times 8 \times 3 = 192$

$\text{Volume}_{[ABCGHI]} = \text{Área}_{\text{base}} \times \text{altura} = \text{Área}_{[ABC]} \times \overline{CI} = 8 \times 8 = 64$

$\text{Volume}_{[ACDEFGIJ]} + \text{Volume}_{[ABCGHI]} = 192 + 64 = 256$

O volume total do sólido é $256\ \text{cm}^3$.